

Simulación del modelo de Ising bidimensional en una red cuadrada

Angie Nicole Hernández Durán

David Leonardo Ramos Salamanca

LA-CoNGA Physics - Módulo de Ciencia de Datos

Contenido

El modelo de Ising

Planteamiento del problema

Método de Monte Carlo

Metodología

Resultados

Conclusiones

El modelo de Ising

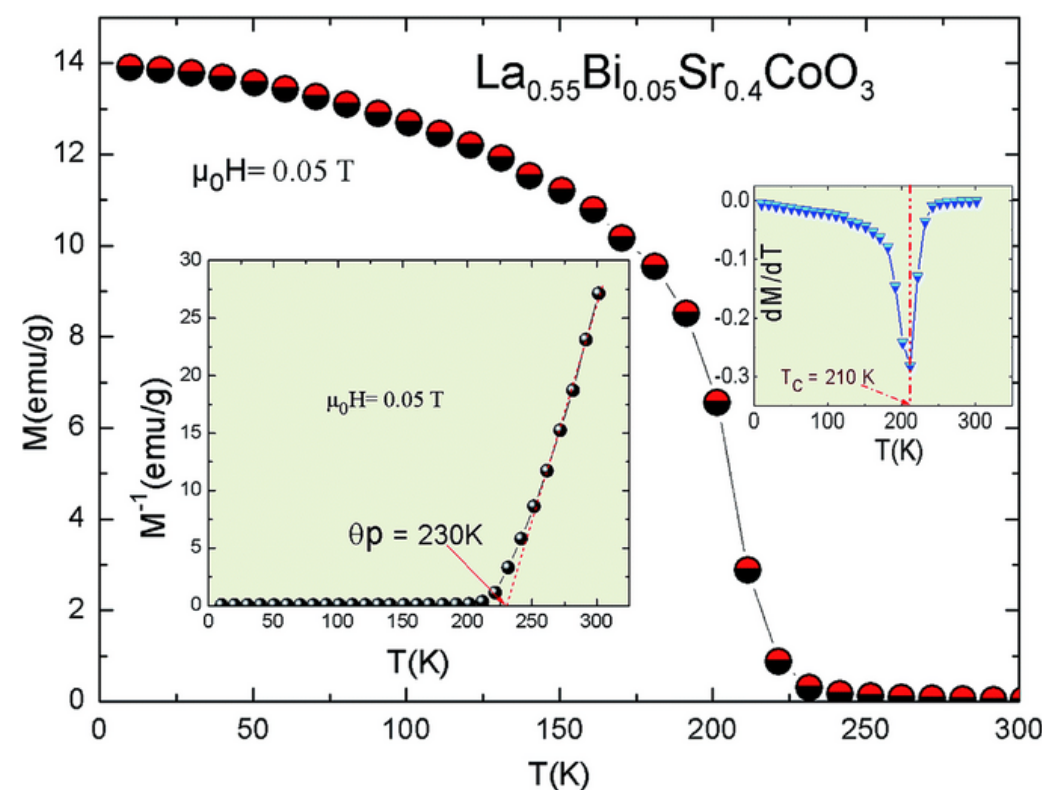
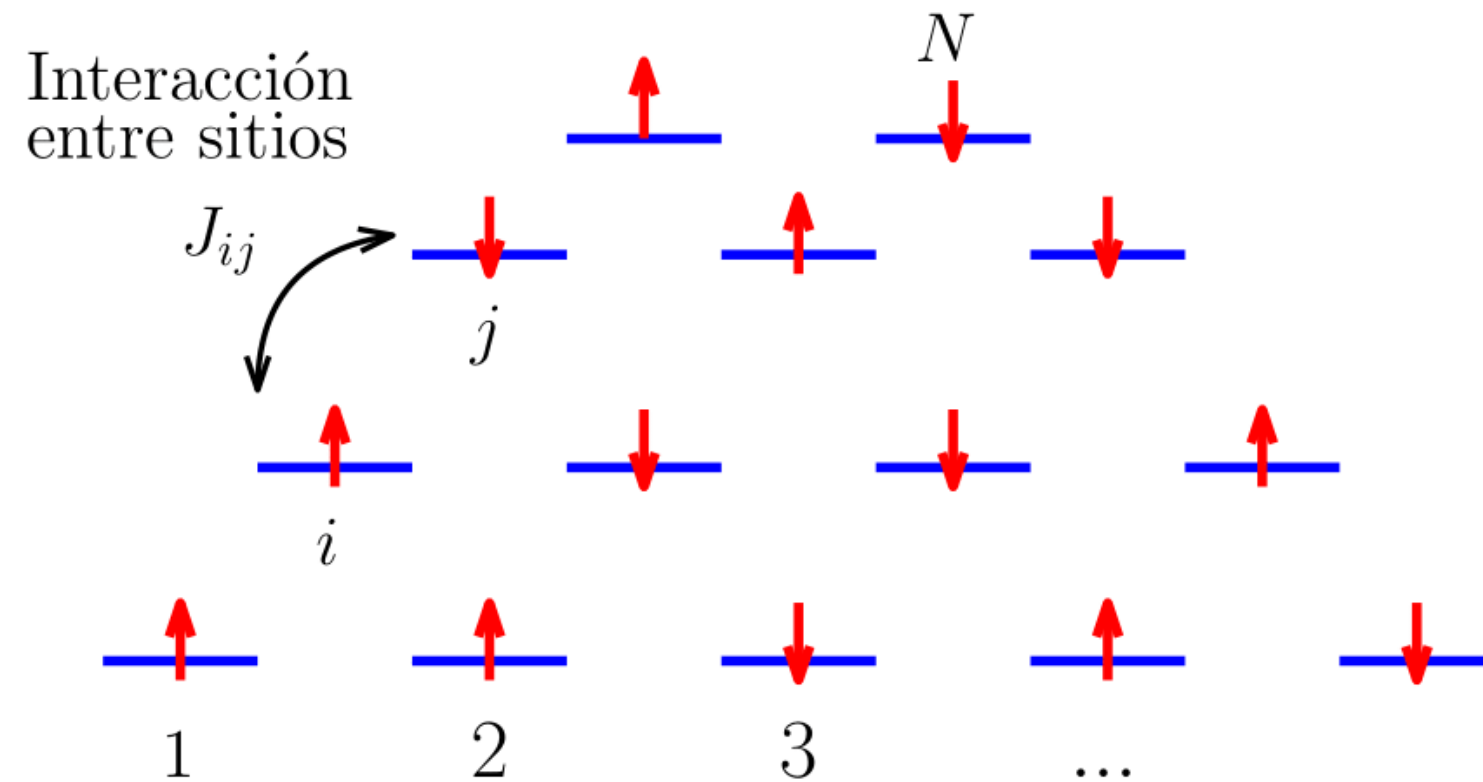
$$H = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} s_i s_j$$

Se usa para modelar comportamientos críticos en

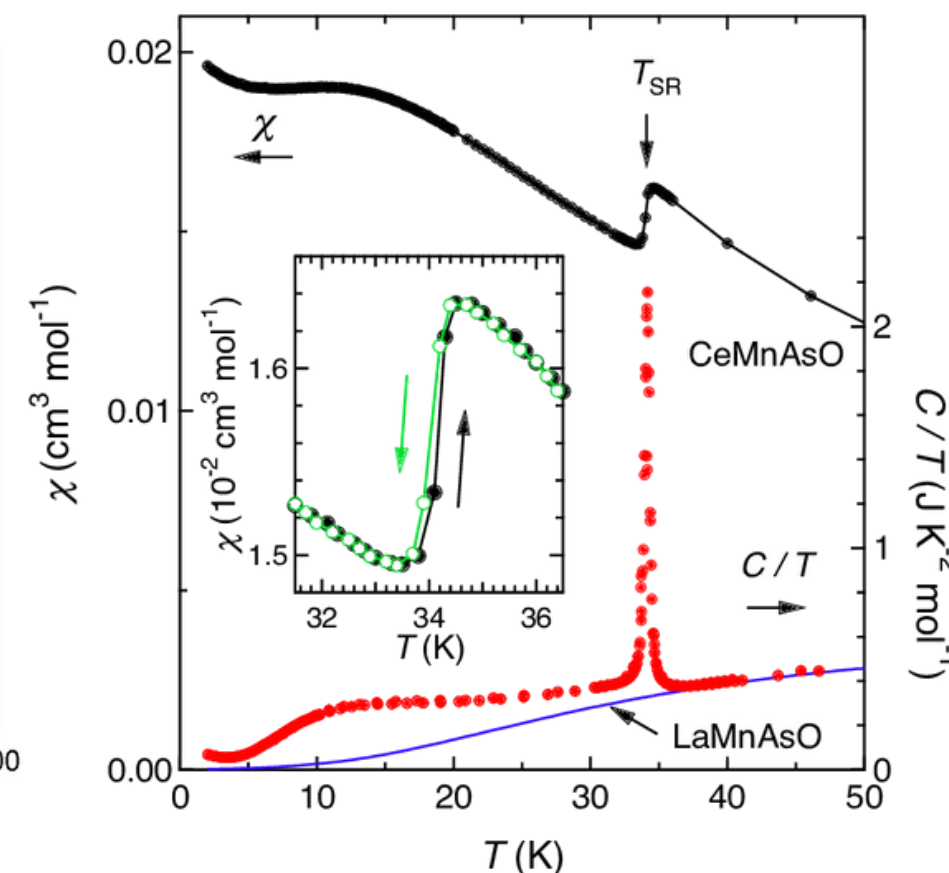
- Materiales magnéticos
- Sistemas biatómicos
- Opinión pública
- Confianza en negocios
- etc

Stauffer, Dietrich. Am. J. Phys. 76.4 (2008)

Siegenfeld, Alexander F., and Yaneer Bar-Yam. Nat. Phys. 16.2 (2020)

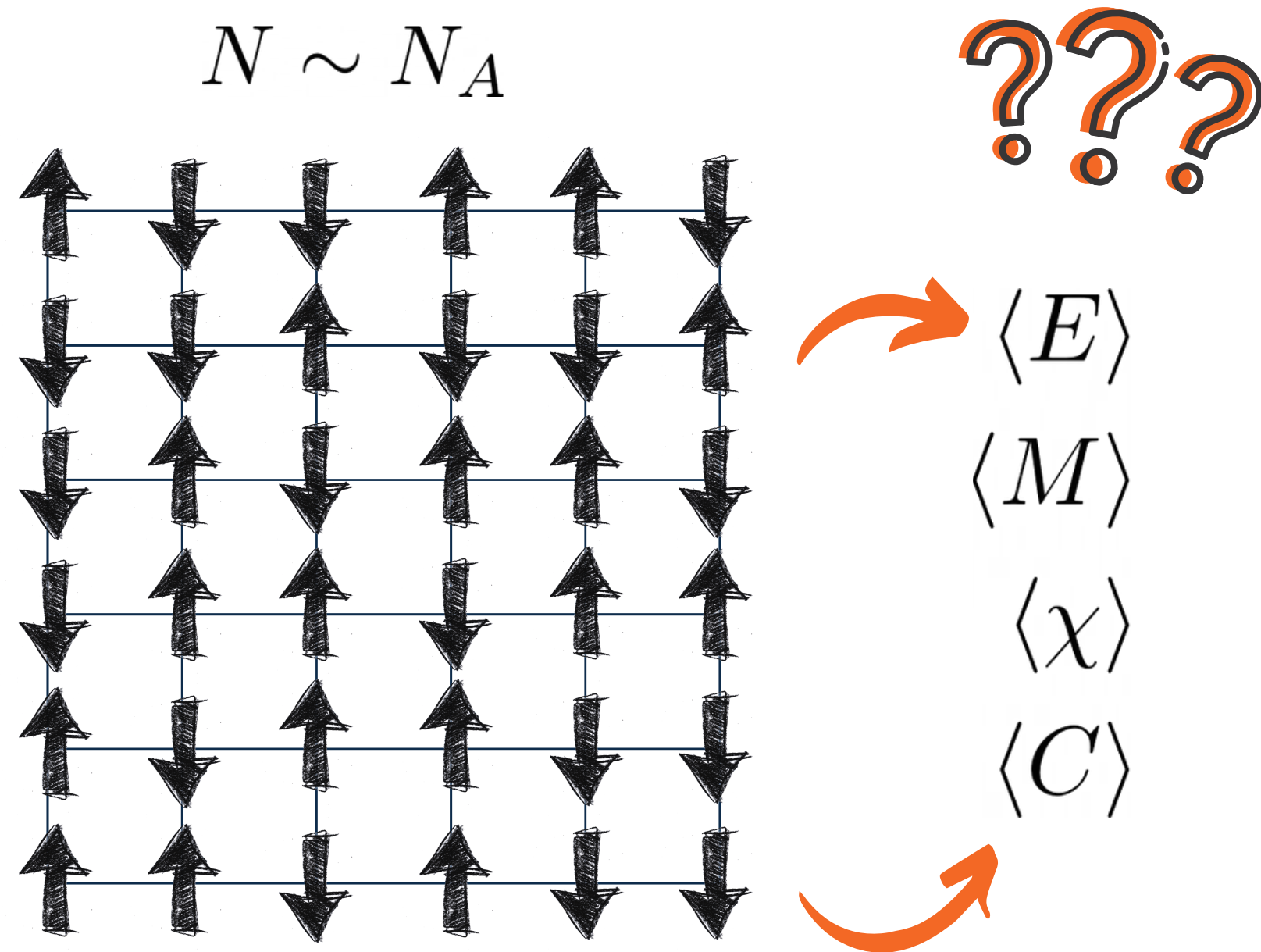


Saadaoui, F., et al. R. Soc. Chem. 9.43 (2019))



Tsukamoto, Yuto, et al. J. Phys. Soc. Japan 80.9 (2011)

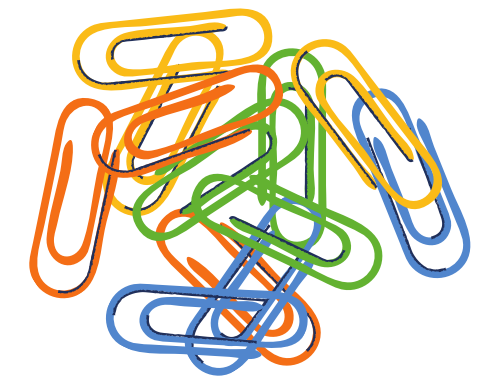
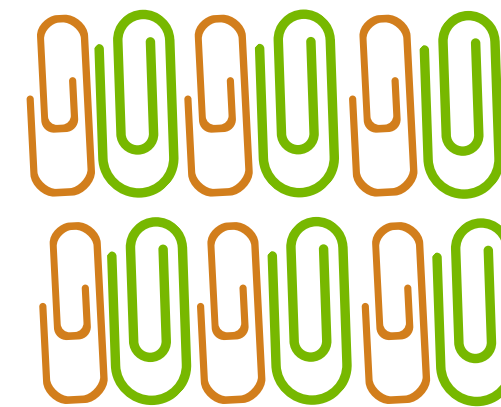
Planteamiento del problema



$$M(T) \sim (T_c - T)^{\beta}$$

$$C(T) \sim |T - T_c|^{-\alpha}$$

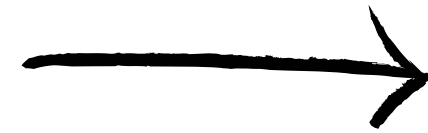
$$\chi(T) \sim |T - T_c|^{-\gamma}$$



Método de Monte Carlo

Muestreo de importancia

$$\langle M \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} M_i p(i)}{\sum_{i=1}^{\infty} p(i)}$$



$$\langle M \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_i$$

M_i muestreado a partir de $p(i)$

Método de Monte Carlo

Algoritmo de Metropolis

Muestreando de la distribución canónica

$$p(i) = \frac{e^{-\beta H(i)}}{Z}$$

Crear un estado inicial aleatorio μ_n

1. Generar una nueva configuración ν a partir de μ_n .
2. Calcular la diferencia de energía ΔE .
3. Generar un número aleatorio r entre 0 y 1.
4. Escoger un nuevo estado de acuerdo a

$$\mu_{n+1} = \begin{cases} \nu & \text{if } r \leq \min(e^{-\beta \Delta E}, 1) \\ \mu_n & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Metodología

STEP 1

Cálculo de los observables utilizando el algoritmo de Metrópolis en Python.

$$\langle M \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_i$$

$$\langle E \rangle = -\frac{J}{N} \sum_{\langle i,l \rangle}^N s_i s_l$$

$$\langle \chi \rangle = \frac{\langle M^2 \rangle - \langle |M| \rangle^2}{N K_B T}$$

$$\langle C \rangle = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{N (K_B T)^2}$$

STEP 2

Utilización del cumulante de Binder para el cálculo de la temperatura crítica.

$$U_L = 1 - \frac{\langle M^4 \rangle_L}{3 \langle M^2 \rangle_L^2}$$

STEP 3

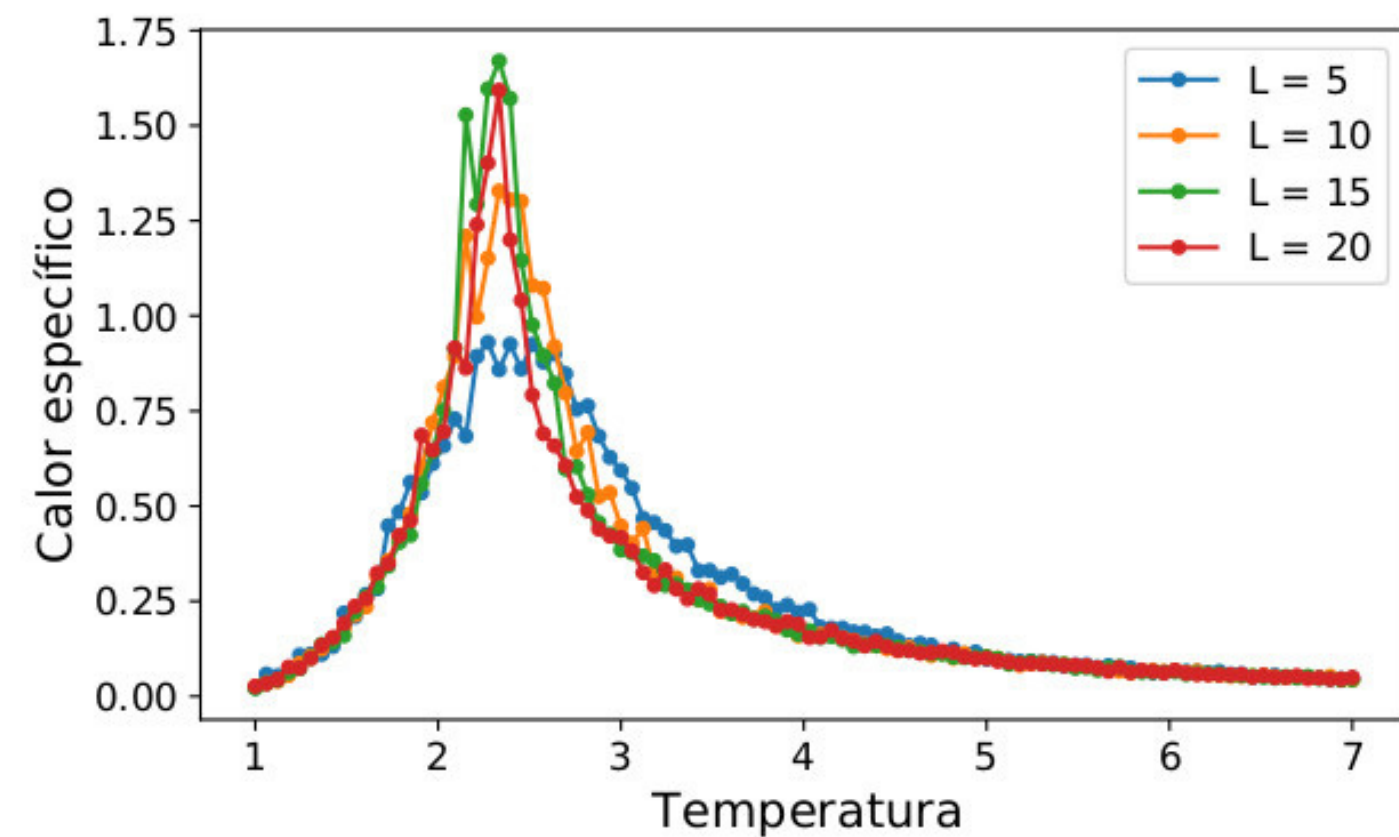
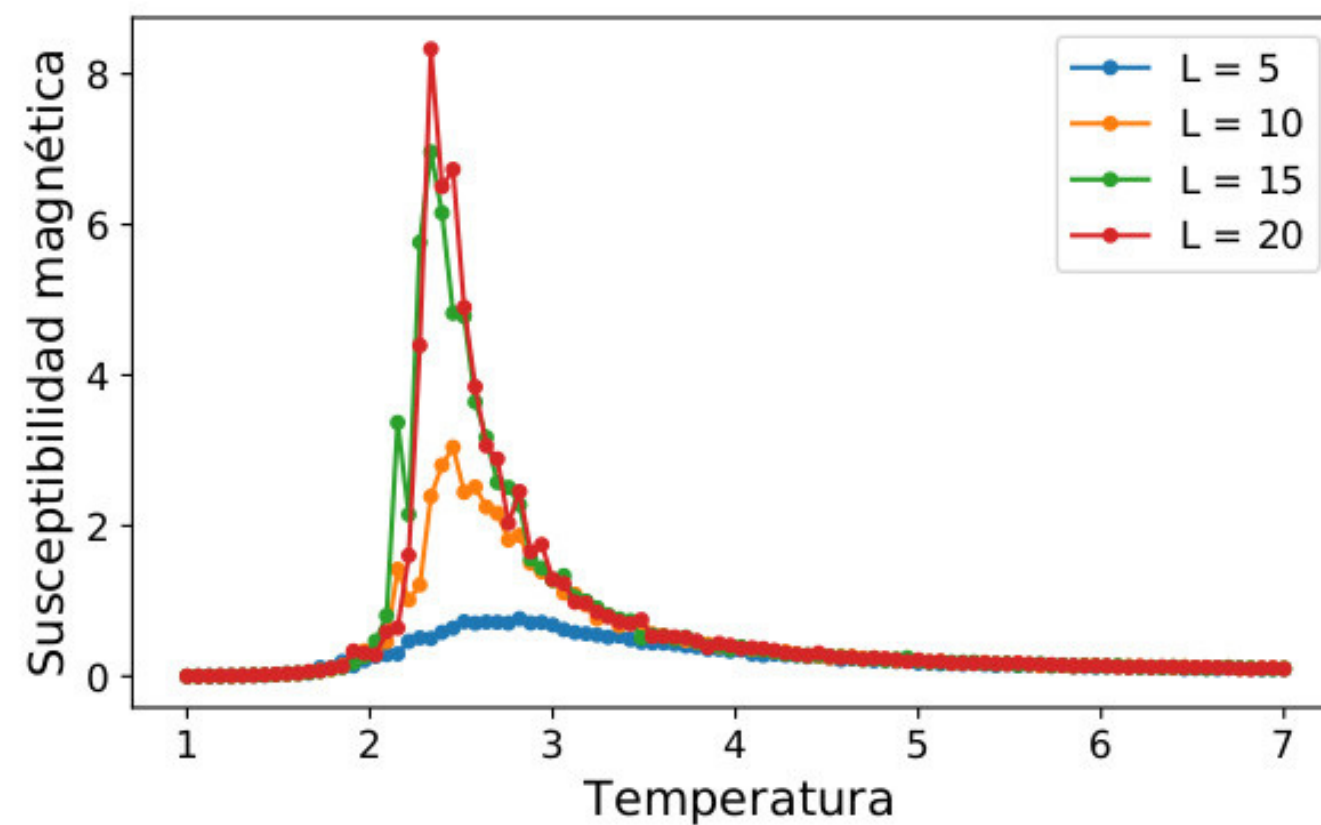
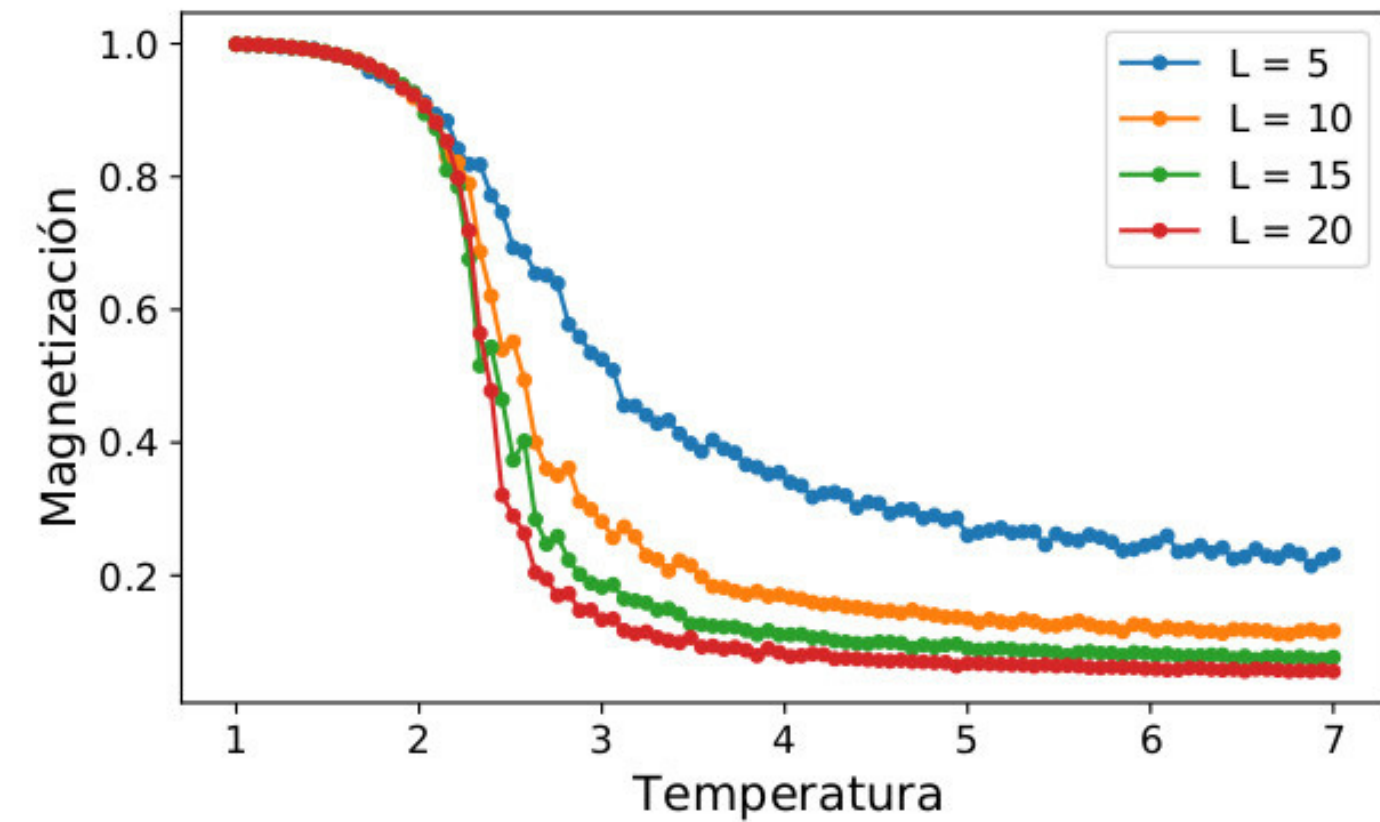
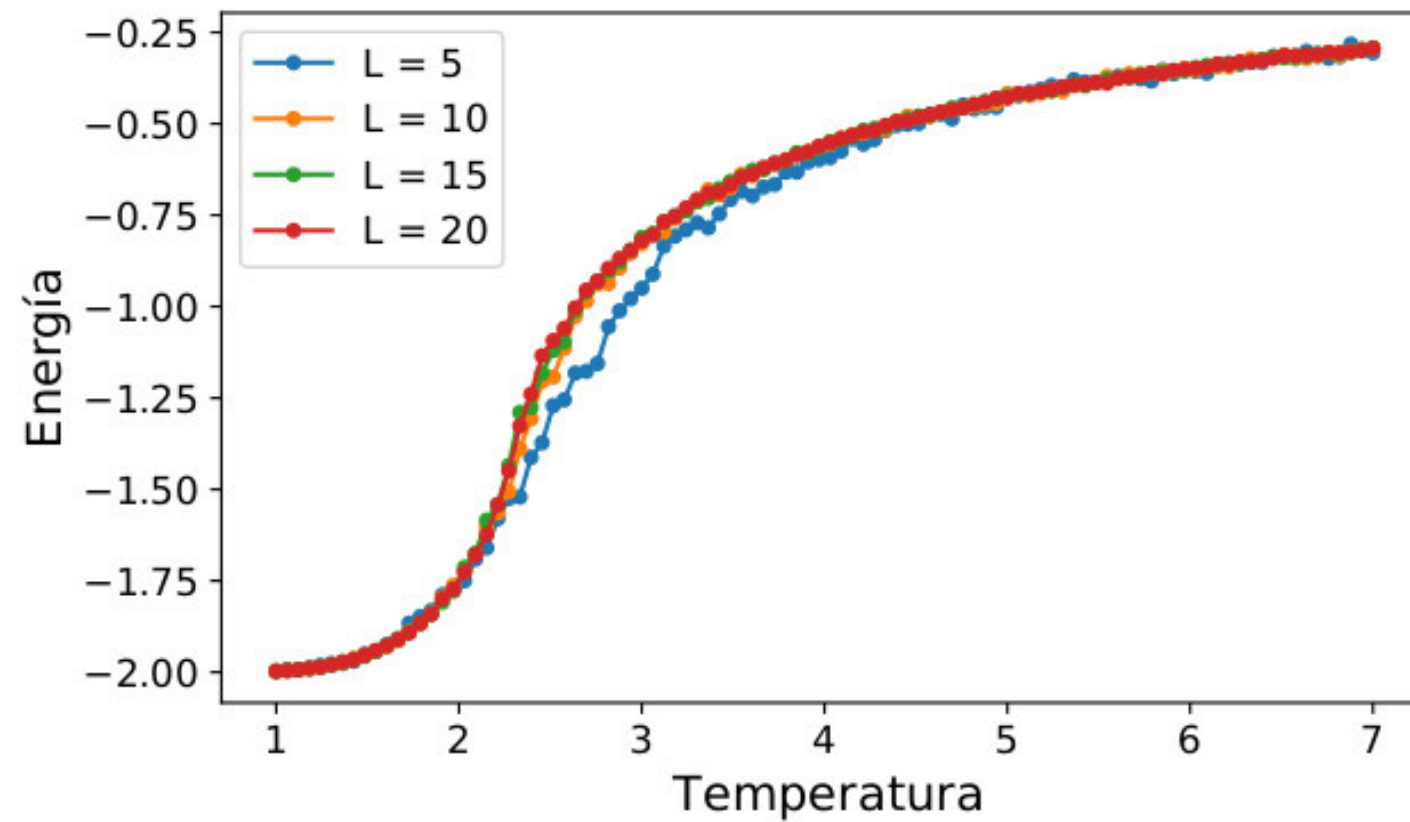
Cálculo de los exponentes críticos utilizando regresión lineal.

$$M(T) \sim L^{-\beta/\nu}$$

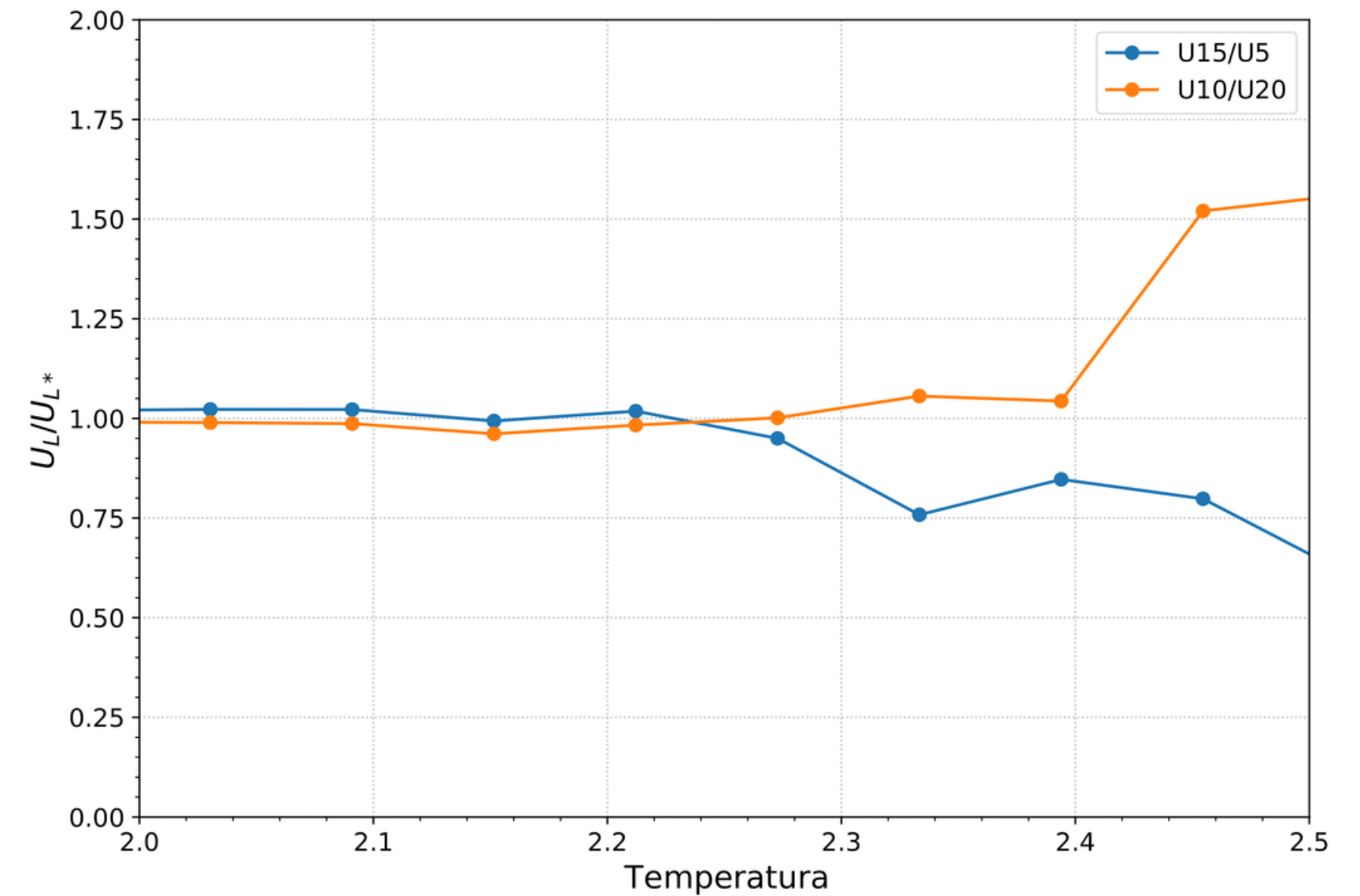
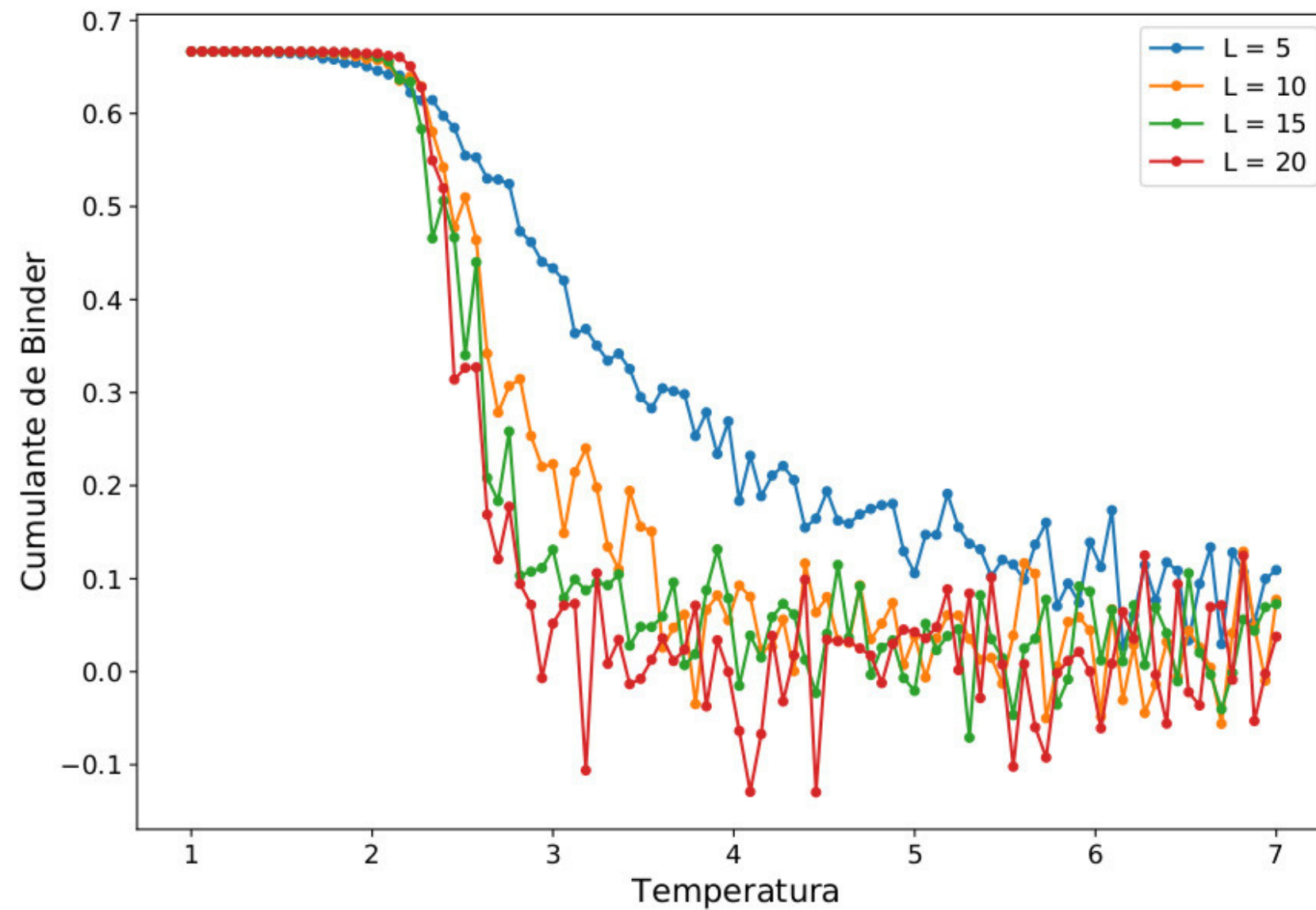
$$C(T) \sim L^{\alpha/\nu}$$

$$\chi(T) \sim L^{\gamma/\nu}$$

Transiciones de fase



Cumulante de Binder



Temperatura crítica numérica: 2.234

Temperatura crítica teórica: 2.269

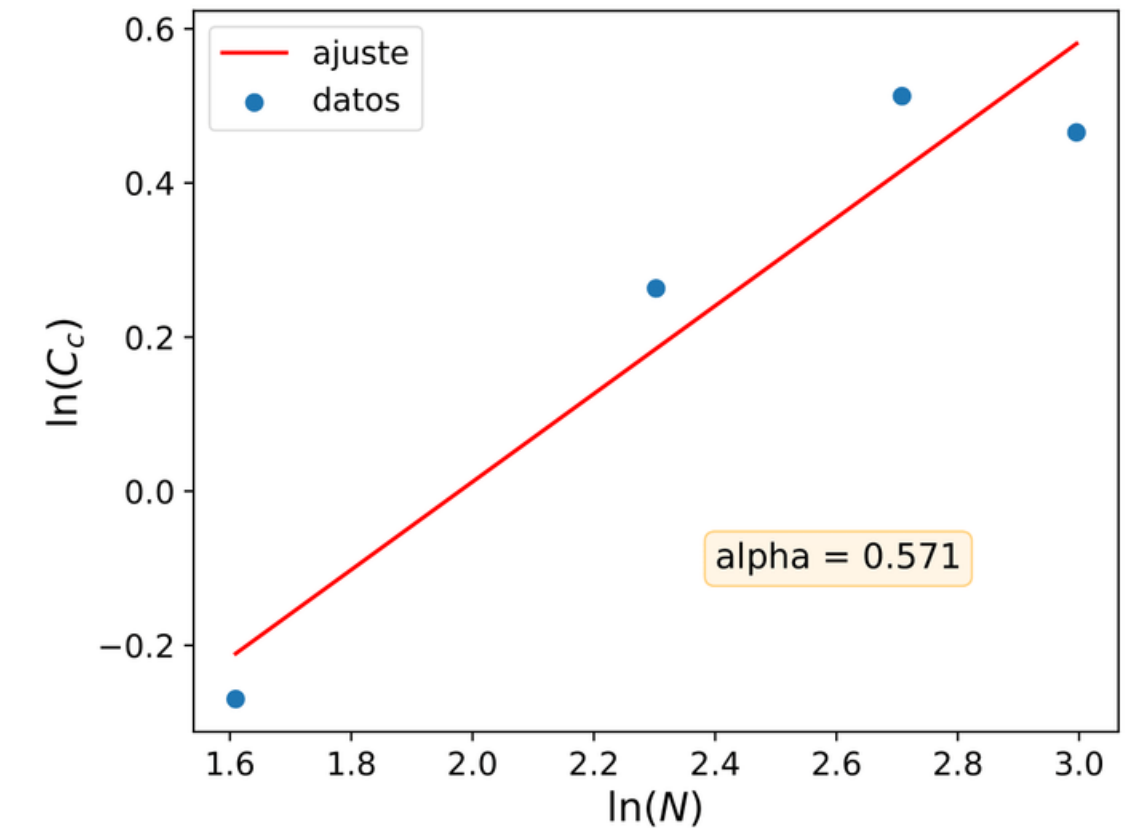
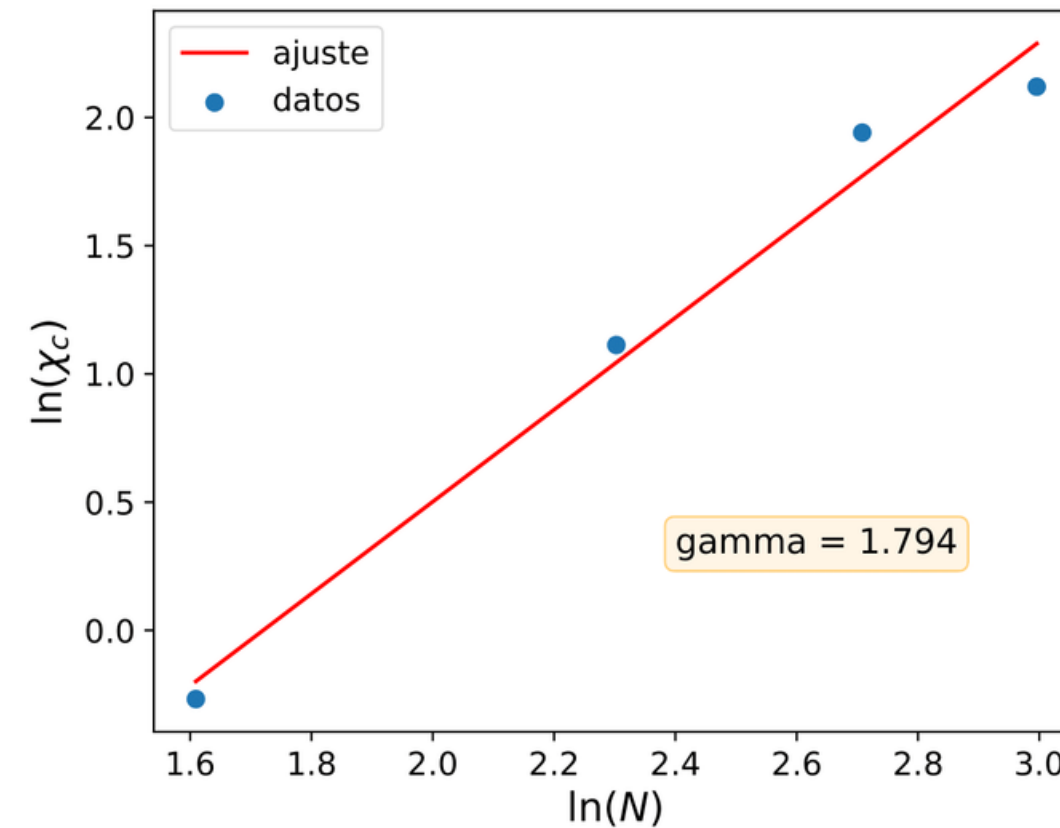
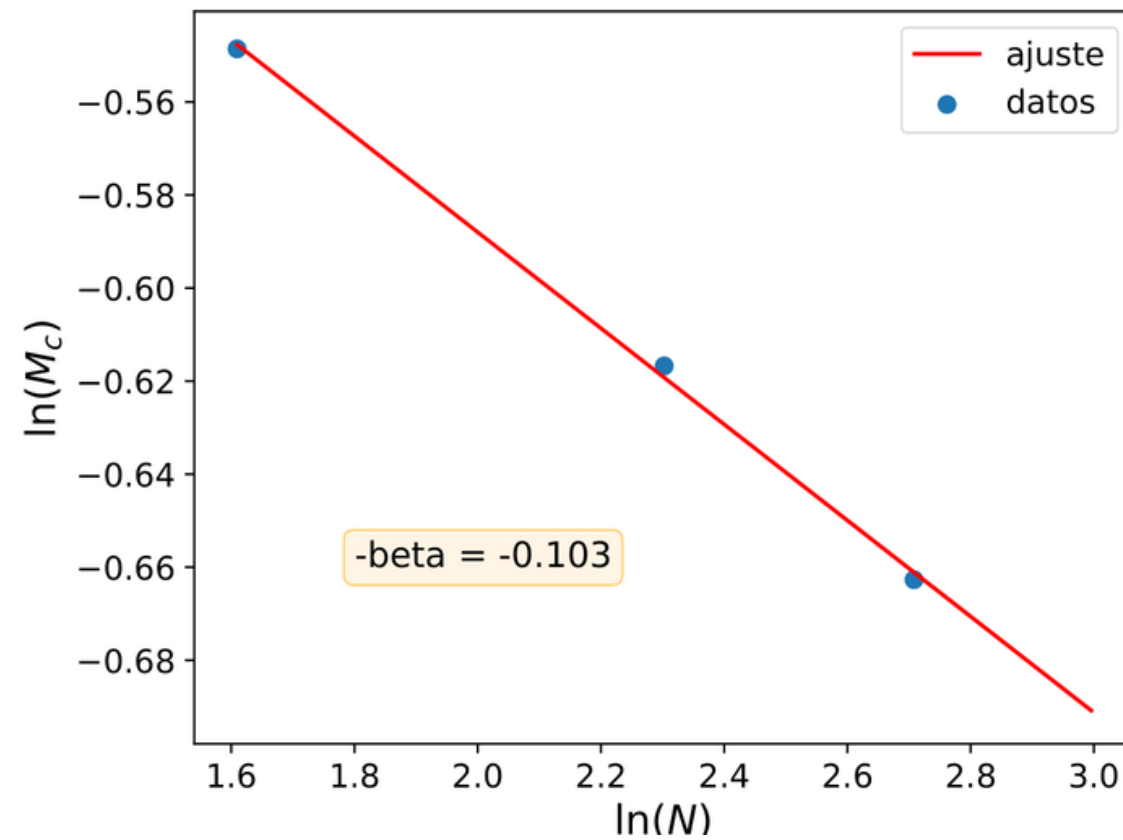
Error Absoluto: 1.53%

Exponentes críticos

$$M(T) \sim L^{-\beta/\nu}$$

$$C(T) \sim L^{\alpha/\nu}$$

$$\chi(T) \sim L^{\gamma/\nu}$$



Exponente	Estimación	Valor teórico	Error absoluto [%]
β	0.103	0.125	17.60
γ	1.794	1.75	2.51
α	0.571	0.0	-

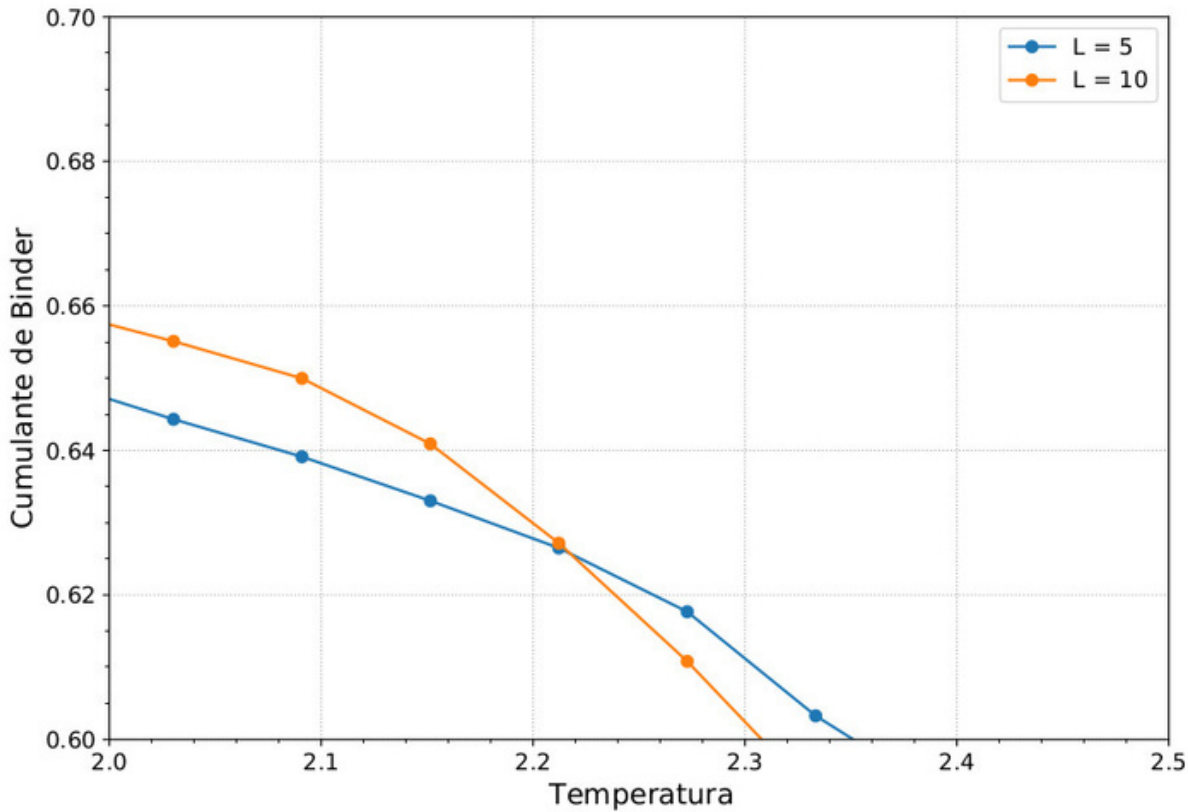
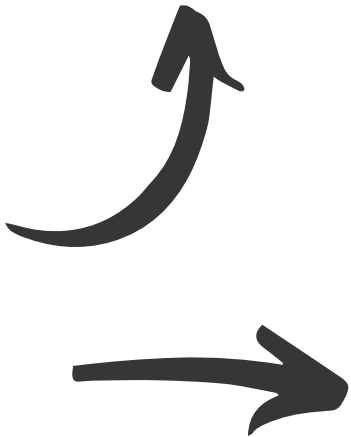
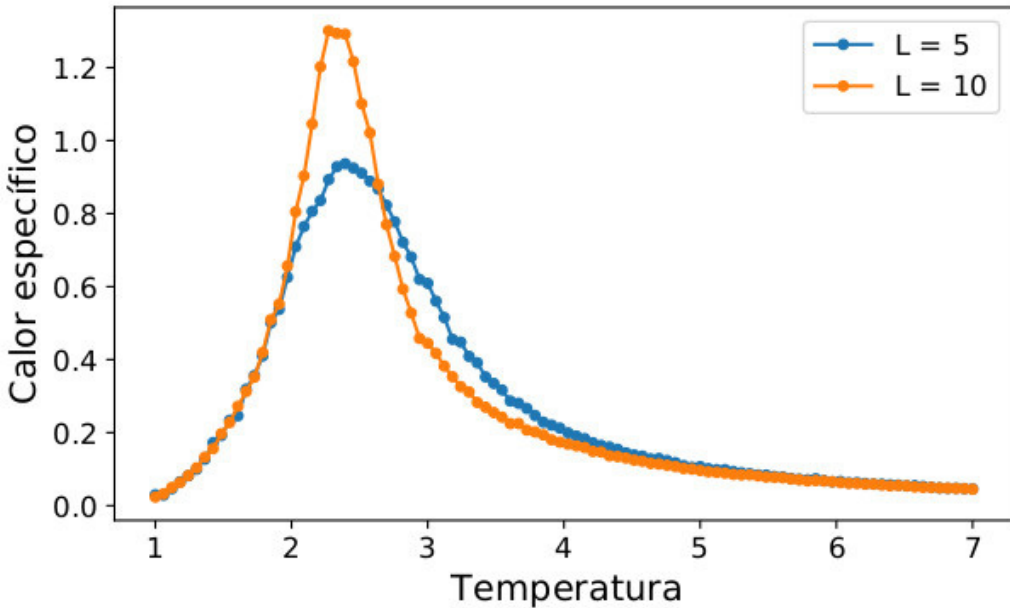
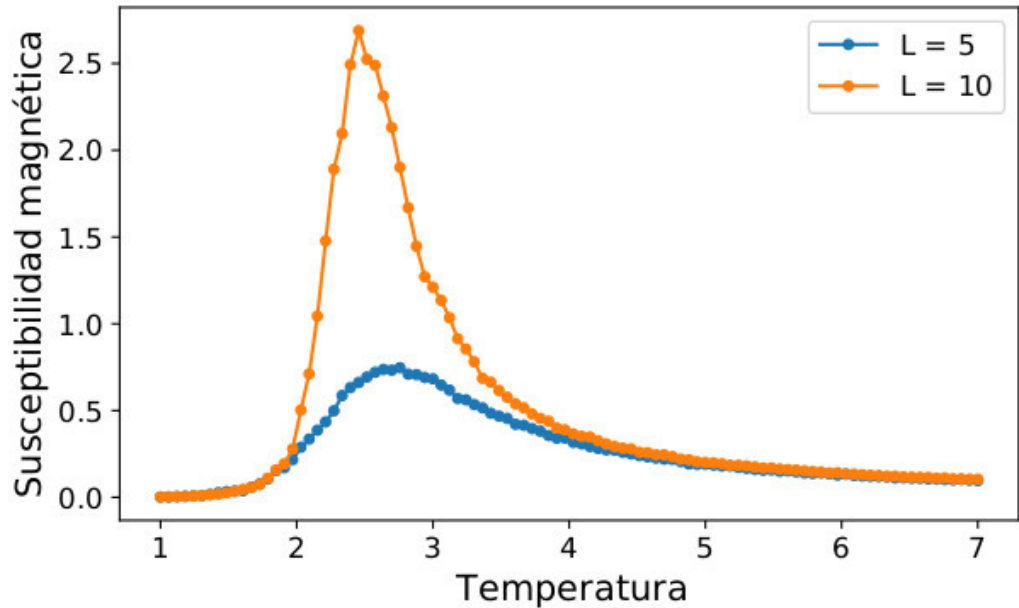
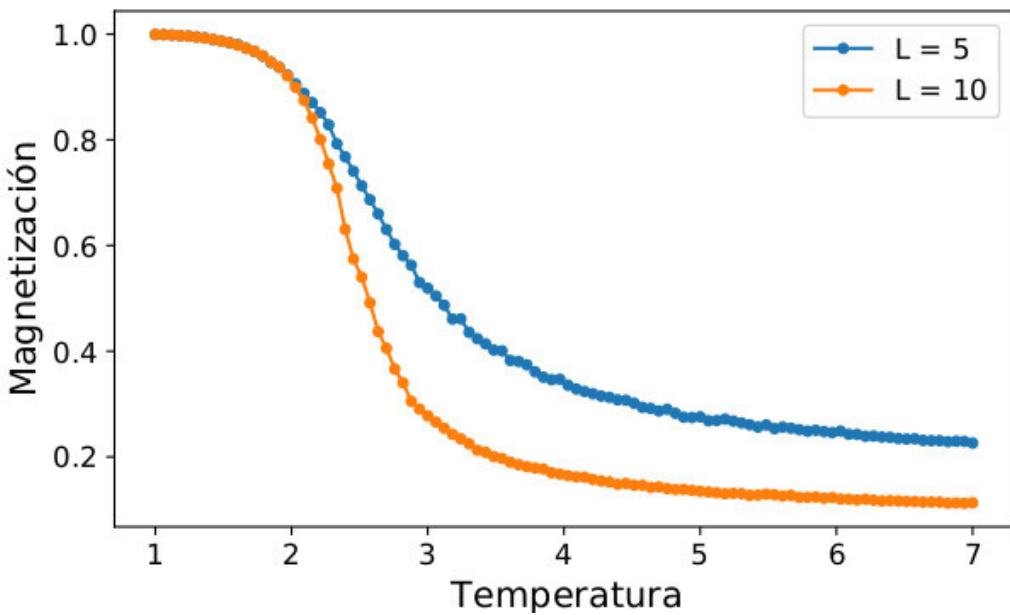
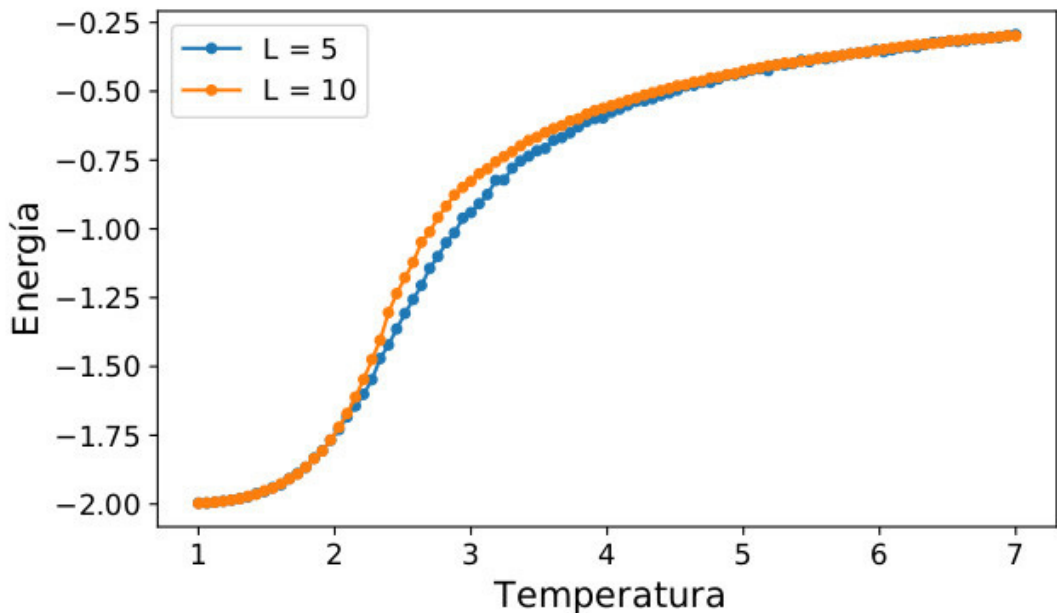
Tiempo de cómputo

Pasos de termalización: 19000

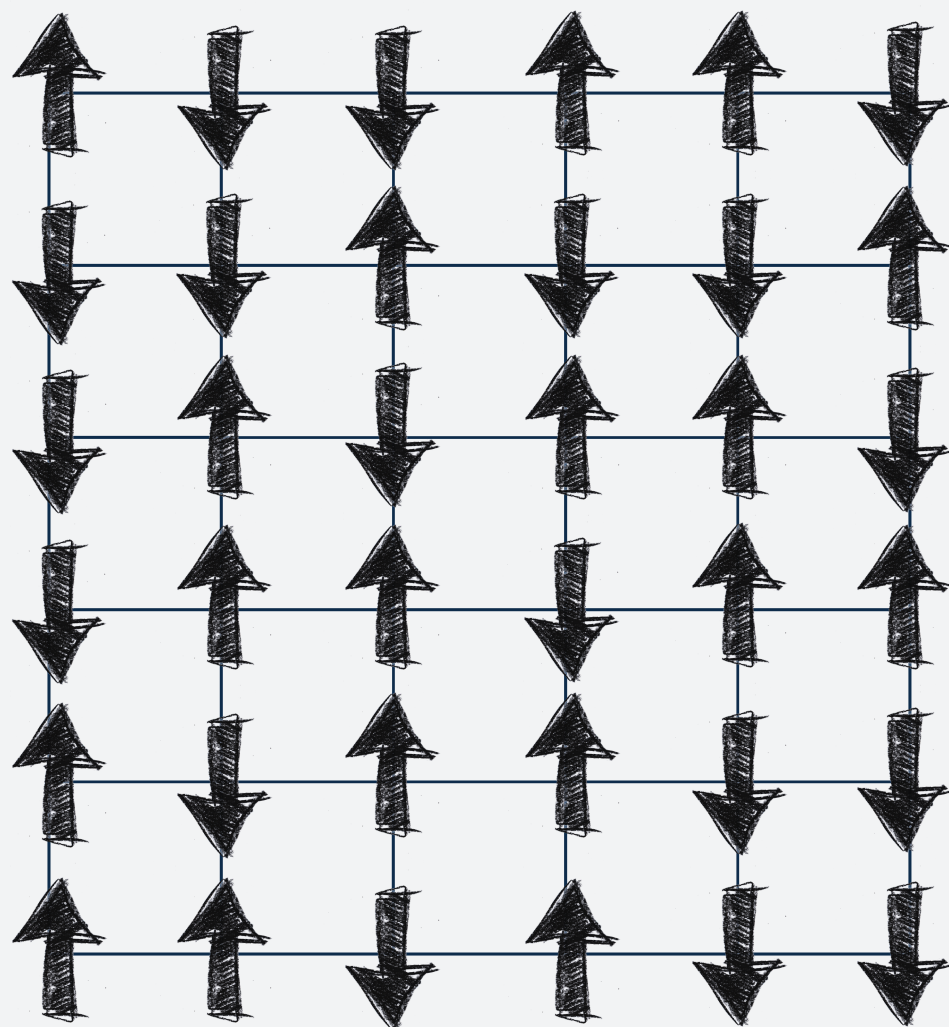
Tamaño	Tiempo [min]
5	19.14
10	72.05
15	167.84
20	272.64

Pasos de termalización: 100000

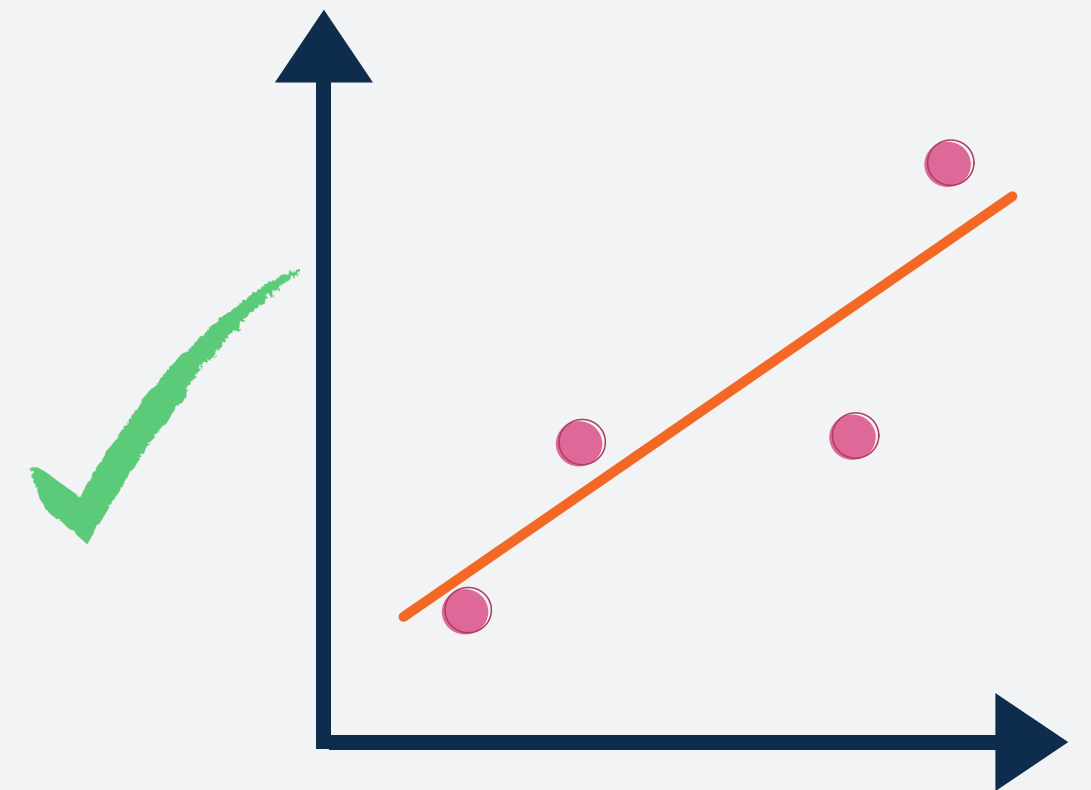
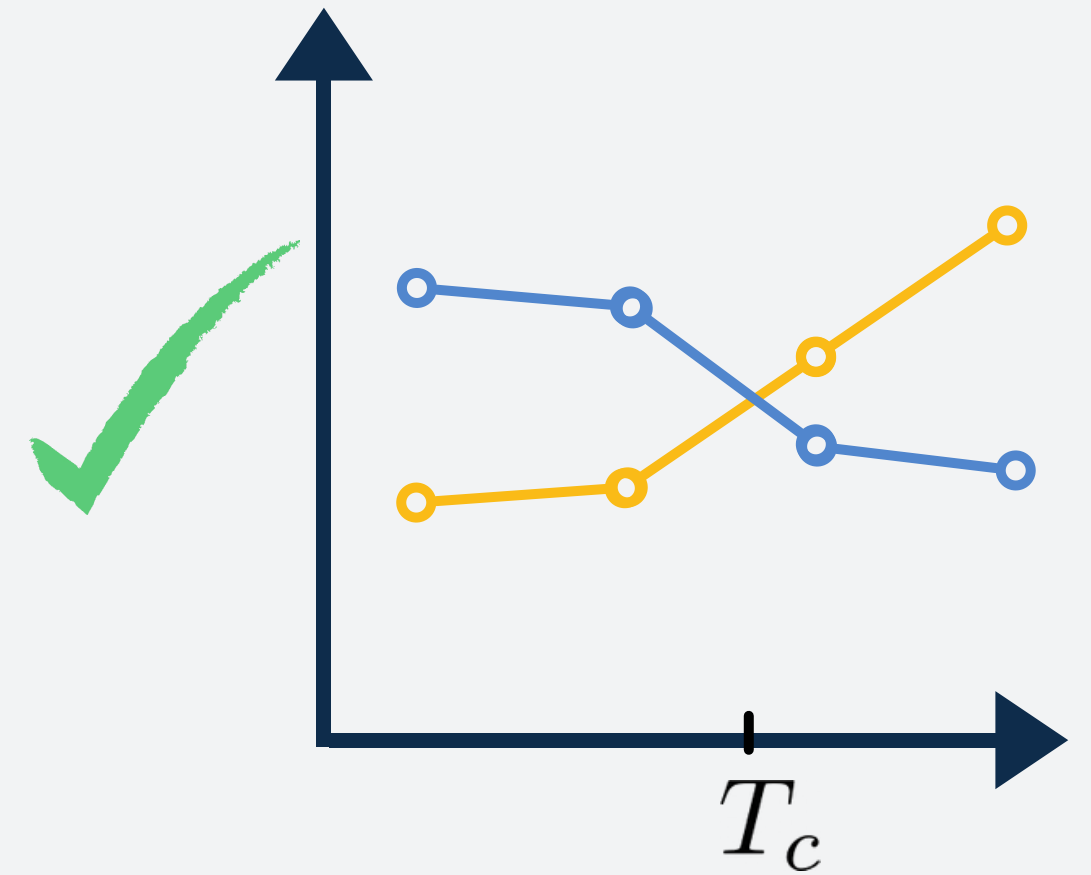
Tamaño	Tiempo [min]
5	106.40
10	434.50



Conclusiones



✓ $\langle E \rangle$
✓ $\langle M \rangle$
✓ $\langle \chi \rangle$
✓ $\langle C \rangle$



¿Preguntas?

