

INFERENCIAS DE MATERIA OSCURA A PARTIR DE CURVAS DE ROTACIÓN

- Tatiana Acero Cuellar
- Nicolas Fernandez Cinquepalmi
- Jocabed Martínez López

Curso LA-ConGA physics 2021-2022

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS BAYESIANO

Teorema de
Bayes

$$P_r(\theta|y) = \frac{P_r(y|\theta) P_r(\theta)}{P_r(y)}$$



Likelihood

$$\mathcal{L}(\theta) = P(X^0|\theta)$$



Probabilidad
a posteriori

$$P(\theta|x) = \frac{1}{p(x)} p(x|\theta) p(\theta) = \text{constante} \times \text{likelihood} \times \text{premisa}$$

Datos
Gaussianos

$$p(\sigma_i, M_i|X_i) \propto \exp \left[-\sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{2\sigma_i^2} \right]$$

$$\mathcal{L}(\sigma_i, M_i) \propto \exp \left[-\sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{2\sigma_i^2} \right]$$

$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{\sigma_i^2}$$

$$p(\sigma_i, M_i|X_i) \propto \exp \left[-\frac{\chi^2}{2} \right]$$



Intervalos de Confianza
Bayesianos

$$\int_{L_{\alpha/2}}^{H_{\alpha/2}} P(\theta|x) d\theta = 1 - \alpha$$

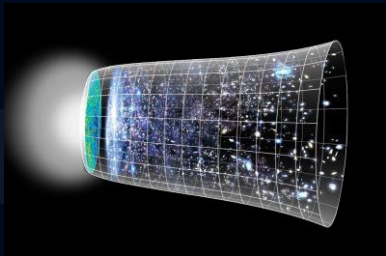
$$\sigma = 68.27 \% \quad 2\sigma = 95.50 \% \quad 3\sigma = 99.73 \%$$



MODELO COSMOLÓGICO ESTÁNDAR (Λ CDM)

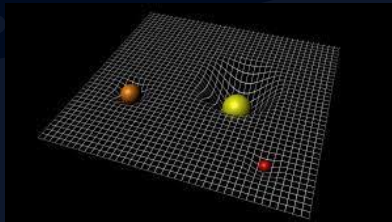
¿EN QUÉ SE BASA?

Big Bang



Teoría

Relatividad
General



1er
observable

Expansión del Universo



2 do
observable

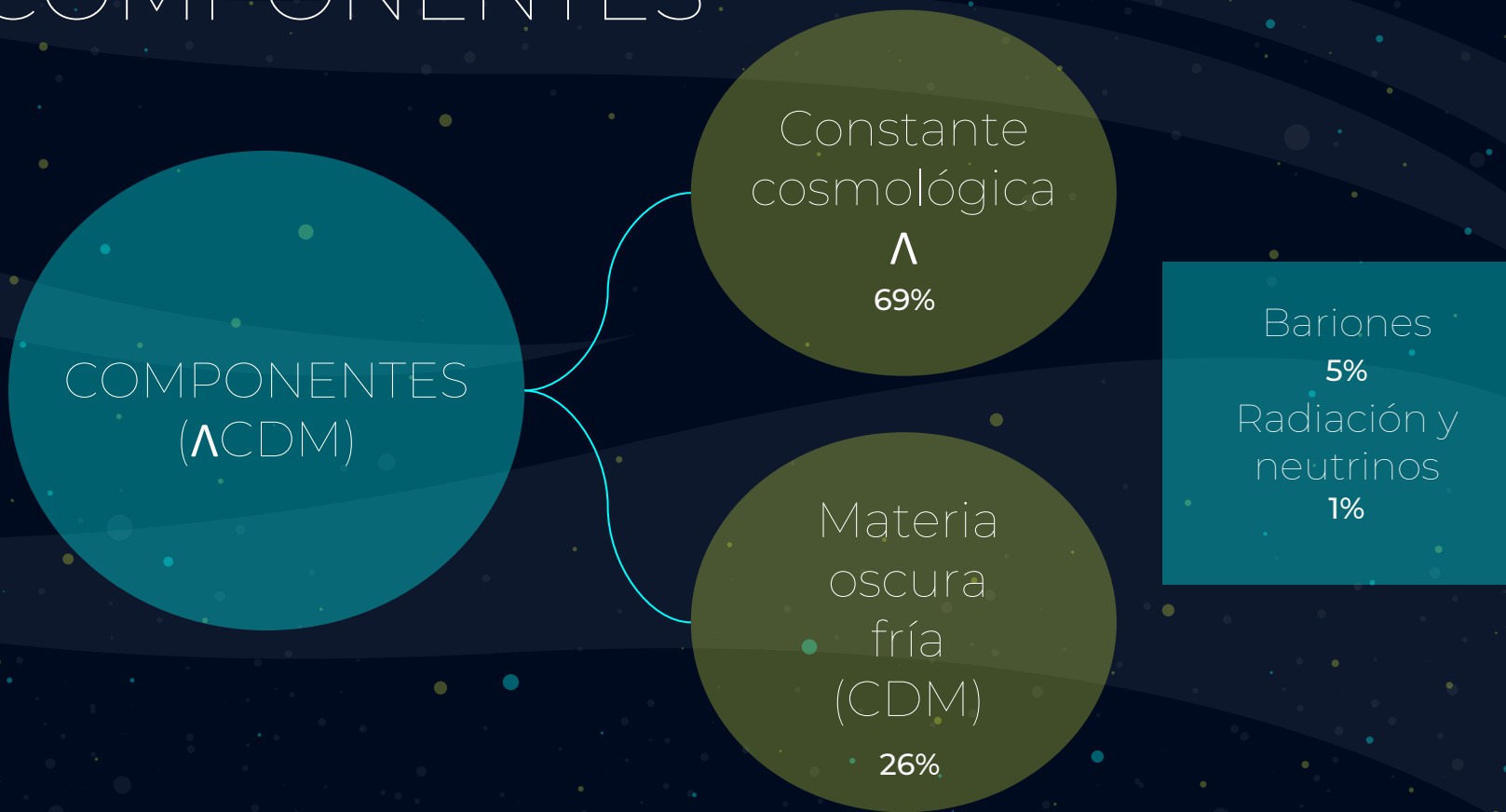
Abundancia de luz en el
Universo



3 er
observable

Fondo de microondas cósmico
(CMB)

COMPONENTES



EL PROBLEMA CUSP-CORE

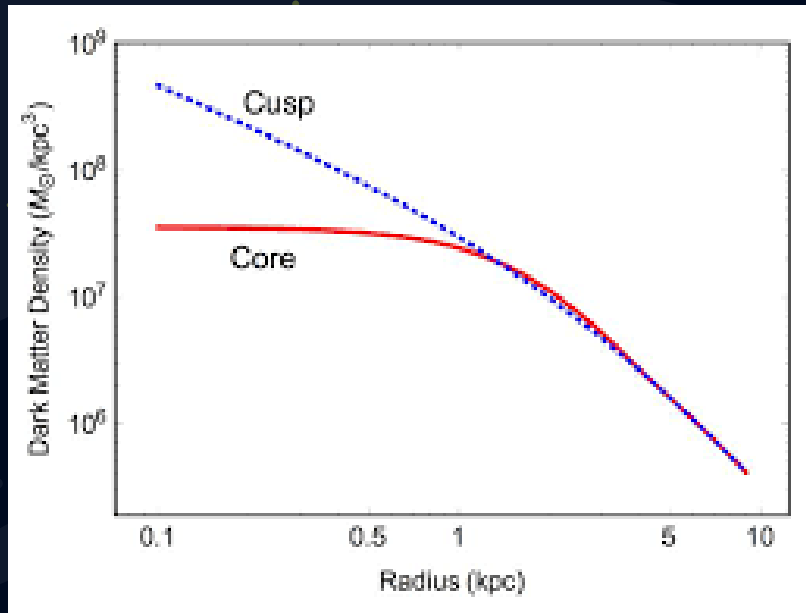


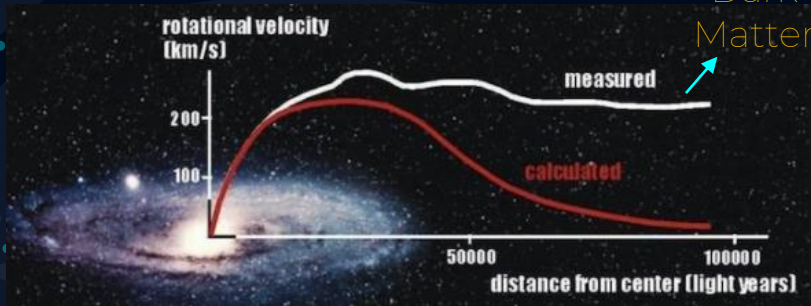
Fig: Fuente

Dos teorías para describir la densidad de materia oscura hacia el centro de las galaxias.

- Cusp: Perfil NFW, la densidad tiene un comportamiento como de r^{-1} .
- Core: Perfil ISO, la densidad tiende a un valor constante.

MEDIDA INDIRECTA DE MATERIA OSCURA

~~Radiación
Electromagnética~~



Potencial Gravitacional

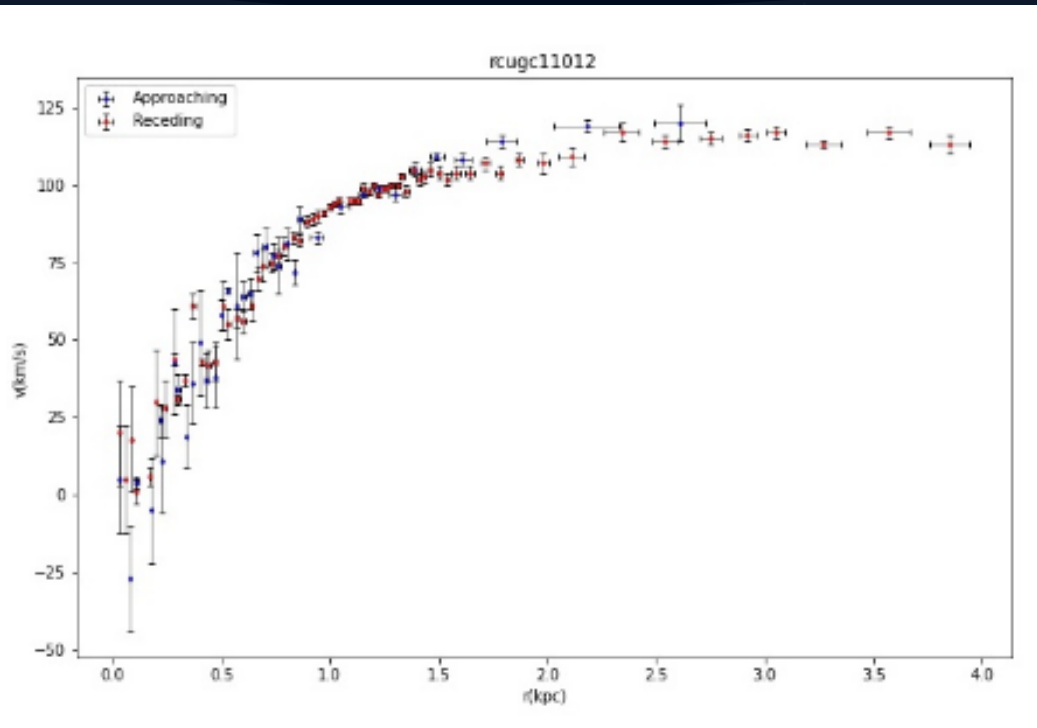
$$\Phi_{\text{total}} = \Phi_{\text{disco}^*} + \Phi_{\text{bulge}^*} + \Phi_{\text{gas}} + \Phi_{\text{dm}}.$$

$$V_c^2 = V_{\text{disco}^*}^2 + V_{\text{bulge}^*}^2 + V_{\text{gas}}^2 + V_{\text{dm}}^2.$$

$$V_c^2 \approx V_{\text{dm}}^2,$$

Dwarf
Galaxies





AJUSTE DE CURVAS DE ROTACIÓN

PERFIL NAVARRO-FRENK-WHITE (NFW)

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_0}{(r/R_s)[1 + (r/R_s)]^2},$$

- ρ_0 es la densidad de la región central
- R_s radio de transición entre la parte interna y externa del perfil de densidad
- Cuando $r \rightarrow 0$, la densidad aumenta siguiendo $\rho_{inner} \sim r^{-1}$. Para $r \rightarrow \infty$, la densidad sigue un comportamiento $\rho_{outer} \sim r^{-3}$.

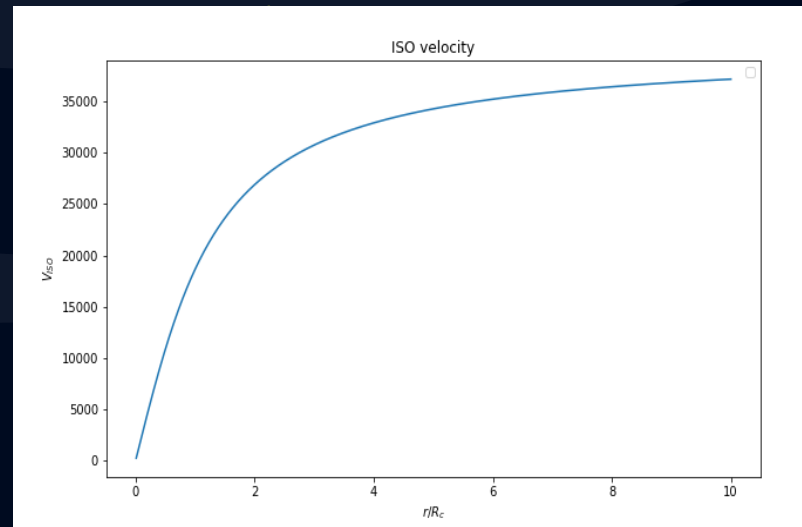
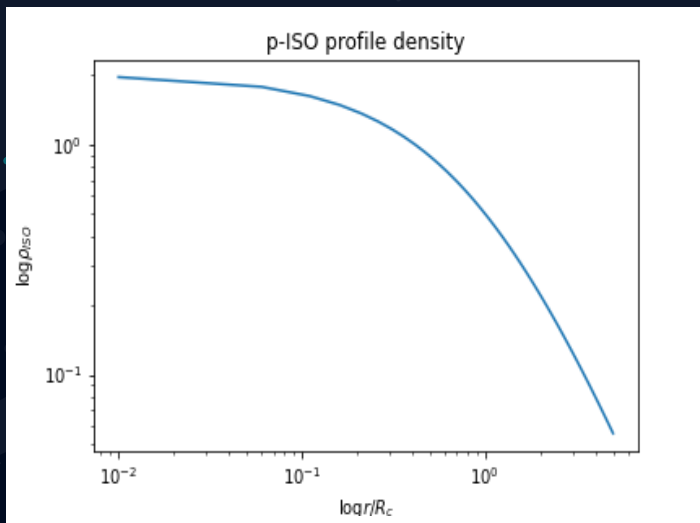
$$v_{NFW}(r) = v_{200} \sqrt{\frac{\log(1 + cx) - cx/(1 + cx)}{x[\log(1 + c) - c/(1 + c)]}},$$

- v_{200} es la velocidad circular para un radio de r_{200}
- c mide la concentración en el centro de la distribución de masa
- $x = r/r_{200}$

PSEUDO-ISOTHERMAL SPHERE (ISO)

$$\rho_{iso} = \frac{\rho_0}{\left[1 + \frac{r}{R_c}\right]^2}$$

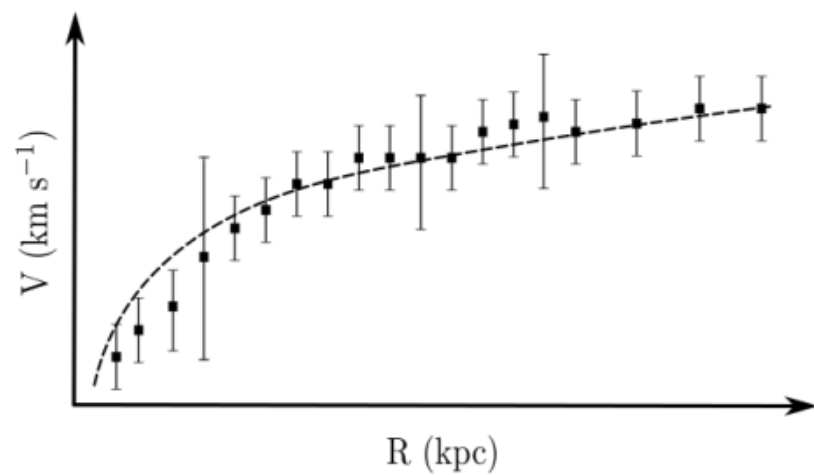
$$v_{iso} = \sqrt{4\pi G(\rho_0 R_c^2) \frac{R_c}{r} \left[\frac{r}{R_c} - \tan^{-1} \left(\frac{r}{R_c} \right) \right]}$$



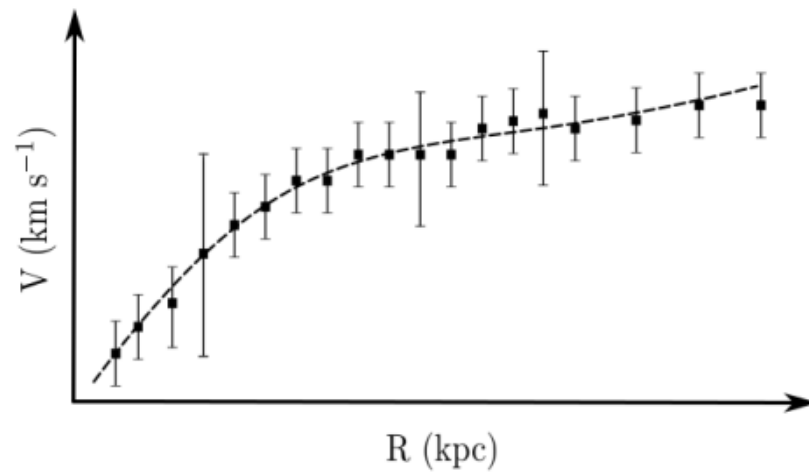
$$M_{200} = \frac{v_{200}^3}{10GH_0}, \quad H_0 = 70 \frac{\text{km /s}}{\text{Mpc}},$$

$$v_{200} = \sqrt{\frac{GM_{200}}{r_{200}}} \rightarrow r_{200} = \frac{GM_{200}}{v_{200}^2}$$

NFW halo



ISO halo



ELECCIÓN DE GALAXIAS

01

Fabry Perot

Datos de diferentes
observatorios de galaxias
(18 de 396 galaxias)

02

Mapa de velocidad

Simétrico y bien
comportado

03

Velocidades máx.

120-130 km/s

04

Disco Mínimo

Únicamente la contribución
de materia oscura

05

18 galaxias

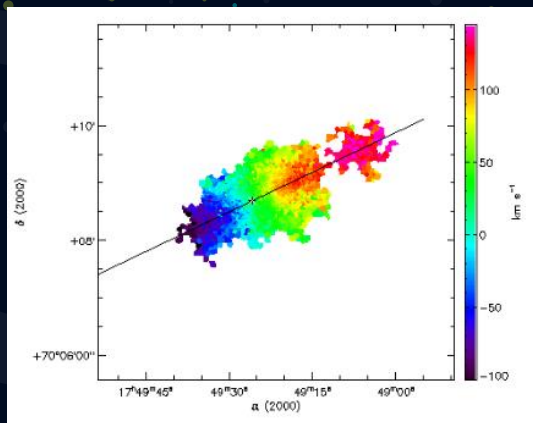
Observatorio GHASP

06

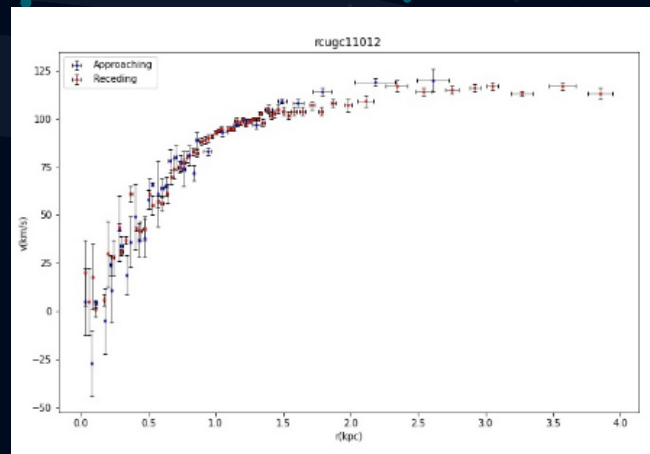
Curvas de rotación

Archivos en formato .txt

Mapa de velocidad



Curvas de rotación



Datos de curva de rotación

$r(\text{kpc})$	err $r(\text{kpc})$	$r(\text{arcsec})$	err $r(\text{arcsec})$	$v(\text{km/s})$	err $v(\text{km/s})$	Number of bins	Side
-----------------	---------------------	--------------------	------------------------	------------------	----------------------	----------------	------

AJUSTE DE MODELOS



Scipy.optimize.leastsq



$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{\sigma_i^2}$$

INTERVALOS DE CONFIANZA



Espacio de
Parámetros

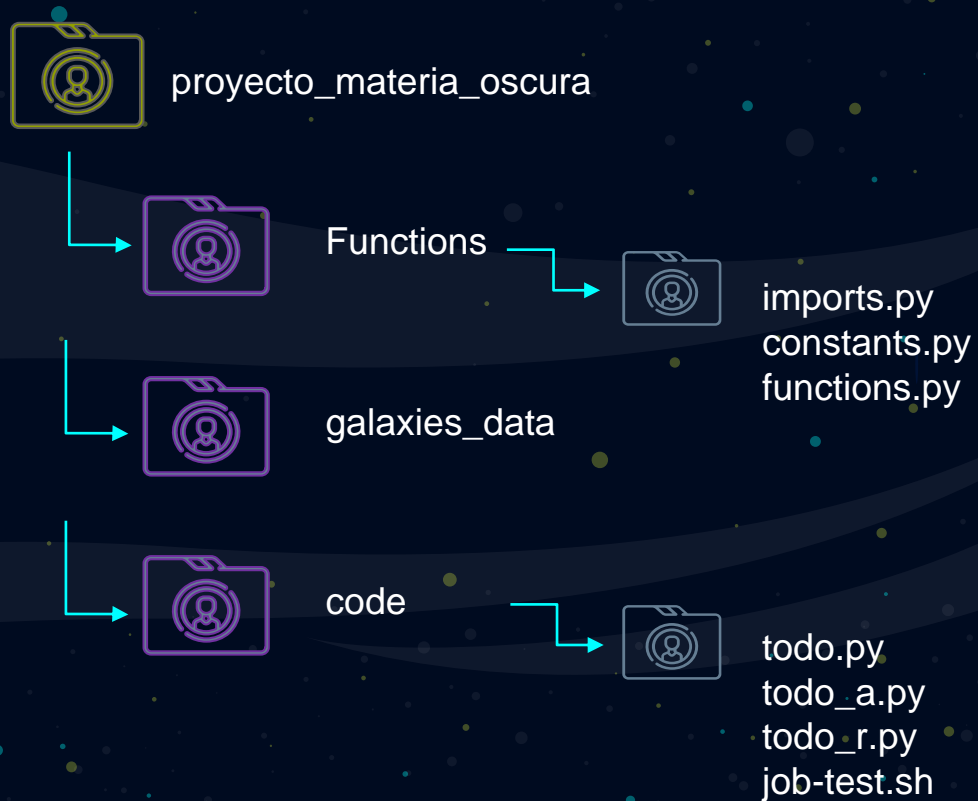
$$\chi_{min}^2$$

$$\chi_{min}^2 + \Delta$$

$$P \propto e^{-\Delta/2}$$

$\sigma = 68.27 \%$ $2\sigma = 95.50 \%$ $3\sigma = 99.73 \%$

CÓDIGO





RESULTADOS Y DISCUSIÓN


RESULTADOS 'R'

N° UGC	len	M ₂₀₀	c	χ^2 NFW	ρ_0	R _c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	78	4.00×10^{15}	0.06	73.65	0.06	2721.83	40.16	ISO
2800	5	5.26×10^{15}	0.04	7.03	0.08	2073.18	7.39	Ambos
3273	6	1.42×10^{15}	0.00	1.27	0.04	2612.75	1.41	Ambos
3876	15	4.09×10^{11}	14.54	1.24	0.26	1135.72	1.47	Ambos
4165	75	3.30×10^{10}	28.52	3.94	0.98	341.53	3.91	Ambos
5228	24	7.71×10^{11}	13.95	26.53	0.34	1117.07	8.03	ISO
5251	27	1.94×10^{15}	0.03	16.12	0.05	2780.64	4.79	ISO
7876	20	1.51×10^{16}	0.08	7.89	0.14	1595.91	2.07	ISO
7985	40	2.24×10^{11}	20.12	5.64	0.56	712.26	4.45	ISO
8403	42	2.82×10^{15}	0.01	28.09	0.02	5178.19	4.85	ISO
9465	11	7.81×10^{12}	3.40	14.67	0.11	1448.91	5.27	ISO
9753	26	1.05×10^{11}	61.02	5.42	5.74	268.99	5.42	Ambos
9866	14	1.97×10^{12}	16.06	5.08	1.48	464.66	3.02	ISO
10521	43	3.23×10^{11}	18.97	17.64	0.39	982.07	9.91	ISO
11012	67	1.84×10^{11}	30.51	26.93	1.21	544.15	8.45	ISO
11300	32	1.02×10^{12}	10.56	10.19	0.22	1258.09	8.30	ISO
11466	35	9.45×10^{10}	34.22	16.10	1.81	367.12	13.77	ISO
12754	43	4.02×10^{11}	17.74	6.53	0.79	634.76	12.87	NFW

RESULTADOS 'A'

N° UGC	len	M_{200}	c	χ^2 NFW	ρ_0	R_c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	49	1.45×10^{15}	0.00	40.57	0.03	6852.55	13.50	ISO
2800	7	6.45×10^{15}	0.07	8.85	0.08	2192.76	5.00	ISO
3273	13	1.87×10^{15}	0.00	83.62	0.02	6151.82	20.23	ISO
3876	18	1.34×10^{12}	9.85	3.97	0.23	1216.49	3.09	Ambos
4165	53	3.56×10^{11}	9.81	1.60	0.17	967.56	1.96	Ambos
5228	29	4.20×10^{11}	16.57	73.86	0.34	1094.36	23.38	ISO
5251	30	3.71×10^{11}	11.96	7.25	0.16	1389.47	7.60	Ambos
7876	13	4.05×10^{11}	12.19	3.28	0.27	907.54	2.40	ISO
7985	57	1.13×10^{11}	26.12	6.39	0.83	530.89	6.54	Ambos
8403	80	3.02×10^{15}	0.05	30.17	0.03	5444.29	9.80	ISO
9465	9	2.89×10^{11}	9.51	2.56	0.09	1523.35	1.13	ISO
9753	33	9.25×10^{10}	67.98	22.58	6.35	257.76	21.15	ISO
9866	21	1.36×10^{17}	0.36	9.27	0.96	713.56	5.82	ISO
10521	20	3.03×10^{11}	19.58	5.05	0.51	807.68	1.57	ISO
11012	36	5.06×10^{12}	12.57	8.81	1.07	622.49	3.03	ISO
11300	26	1.86×10^{11}	17.80	7.80	0.78	464.83	8.24	NFW
11466	22	4.56×10^{11}	18.41	9.31	1.29	441.45	18.66	NFW
12754	49	1.05×10^{14}	3.48	4.63	0.21	1601.60	4.13	Ambos

[5] Juan C. B. Pineda, Christopher C. Hayward, Volker Springel, and Claudia Mendes de Oliveira. Rotation curve fitting and its fatal attraction to cores in realistically simulated galaxy observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 466(1):63–87, Nov 2016.

 M_{200} >>

 c <<

 ISO Bien

 Mejor Ajuste

RESULTADOS 'R+A'

N° UGC	len	M ₂₀₀	c	χ^2 NFW	ρ_0	R _c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	127	2.86×10^{15}	0.07	63.15	0.05	3171.60	33.47	ISO
2800	12	5.47×10^{15}	0.07	6.84	0.08	2039.29	4.89	ISO
3273	19	1.71×10^{15}	0.03	54.55	0.02	5259.97	14.27	ISO
3876	33	7.42×10^{11}	11.81	2.70	0.23	1199.68	2.24	ISO
4165	128	6.07×10^{10}	19.14	3.52	0.39	564.17	3.68	NFW
5228	53	4.59×10^{11}	16.19	51.60	0.34	1098.37	16.07	ISO
5251	57	8.43×10^{11}	7.90	19.25	0.10	1903.24	9.76	ISO
7876	33	1.36×10^{16}	0.10	6.21	0.17	1355.79	3.31	ISO
7985	97	1.46×10^{11}	23.74	6.66	0.71	595.23	6.59	Ambos
8403	122	3.17×10^{15}	0.01	29.70	0.02	5487.03	8.27	ISO
9465	20	5.92×10^{11}	7.47	9.83	0.10	1464.60	3.33	ISO
9753	59	9.75×10^{10}	64.95	14.92	6.05	263.56	13.94	ISO
9866	35	8.80×10^{16}	0.52	7.35	1.08	614.26	6.21	ISO
10521	63	3.20×10^{11}	19.06	13.36	0.41	948.78	7.40	ISO
11012	103	2.11×10^{11}	29.26	21.84	1.19	552.63	6.85	ISO
11300	58	4.93×10^{11}	13.06	9.24	0.44	698.36	13.05	NFW
11466	57	1.06×10^{11}	32.11	14.25	1.81	363.33	15.28	NFW
12754	92	9.57×10^{11}	13.04	5.88	0.33	1114.34	9.29	NFW

RESULTADOS 'PROMEDIO χ^2 '

Nº UGC	mean χ^2 NFW	std χ^2 NFW	mean χ^2 ISO	std χ^2 ISO
1256	59.12	16.90	29.04	13.87
2800 ●	7.57	1.11	5.76	1.41
3273	46.48	41.76	11.97	9.62
3876 ●	2.64	1.37	2.27	0.81
4165	3.02	1.25	3.18	1.07
5228	50.66	23.68	15.83	7.68
5251 ●	14.21	6.22	7.38	2.49
7876 ●	5.80	2.34	2.59	0.64
7985 ● ●	6.23	0.53	5.86	1.22
8403 ● ●	29.32	1.09	7.64	2.53
9465	9.02	6.10	3.24	2.07
9753	14.31	8.60	13.50	7.87
9866 ●	7.23	2.10	5.02	1.74
10521	12.02	6.40	6.29	4.28
11012	19.19	9.35	6.11	2.78
11300 ● ●	9.08	1.20	9.86	2.76
11466 ● ●	13.22	3.51	15.90	2.50
12754 ●	5.68	0.97	8.76	4.39

RESULTADOS 'PROMEDIO NFW'

Nº UGC	mean M_{200}	std M_{200}	mean c	std c
1256	2.52×10^{15}	1.00×10^{15}	0.06	0.06
2800	5.79×10^{15}	6.58×10^{14}	0.06	0.03
3273	1.67×10^{15}	2.18×10^{14}	0.01	0.02
3876	8.31×10^{11}	4.73×10^{11}	12.07	2.36
4165	1.50×10^{11}	1.79×10^{11}	19.16	9.36
5228	5.50×10^{11}	1.937×10^{11}	15.57	1.42
5251	7.07×10^{14}	1.22×10^{15}	6.62	6.08
7876	9.33×10^{15}	8.08×10^{15}	4.13	6.98
7985	1.61×10^{11}	5.75×10^{10}	23.33	3.02
8403	2.86×10^{15}	1.60×10^{14}	0.04	0.02
9465	2.90×10^{12}	4.26×10^{12}	6.79	3.11
9753	9.84×10^{10}	6.32×10^9	64.65	3.49
9866	7.61×10^{16}	6.94×10^{16}	5.64	9.02
10521	3.16×10^{11}	1.11×10^{10}	19.20	0.33
11012	1.82×10^{12}	2.81×10^{12}	24.11	10.02
11300	5.65×10^{11}	4.20×10^{11}	13.81	3.68
11466	2.19×10^{11}	2.05×10^{11}	28.25	8.58
12754	3.56×10^{13}	6.05×10^{13}	11.42	7.27



Menor Dispersión



Solape entre 'r' y 'a'



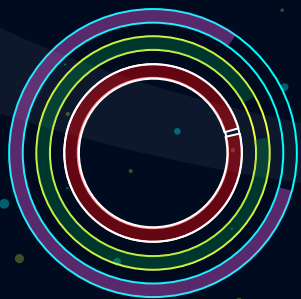
Alta concentración

RESULTADOS 'PROMEDIO ISO'

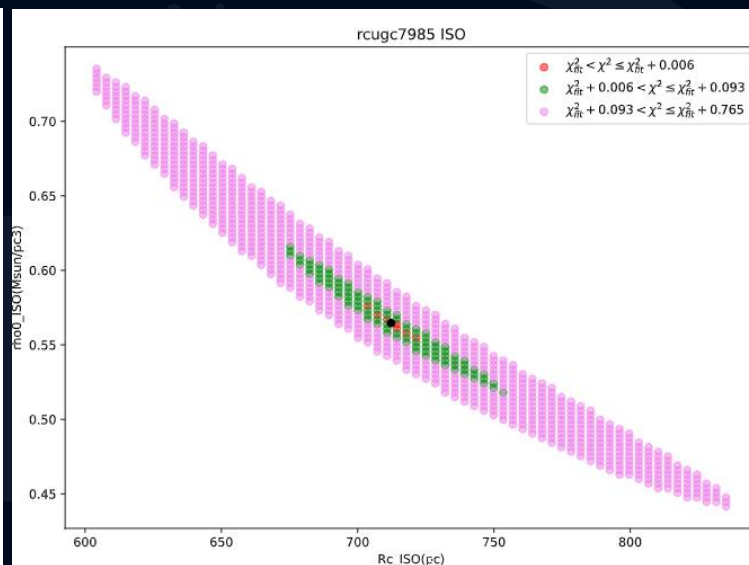
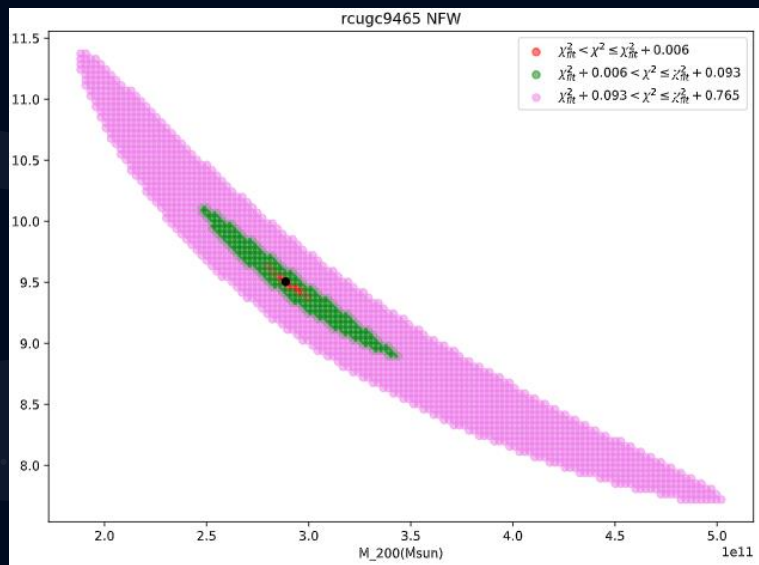
N° UGC	mean ρ_0	std ρ_0	mean R_c	std R_c
1256	0.05	0.02	4248.66	2266.22
2800	0.08	0.00	2101.74	80.62
3273	0.03	0.01	4674.85	1840.66
3876	0.24	0.02	1183.96	42.62
4165	0.51	0.42	624.42	317.33
5228	0.34	0.00	1103.27	12.12
5251	0.10	0.06	2024.45	703.46
7876	0.19	0.07	1286.41	349.39
7985	0.70	0.14	612.79	91.95
8403	0.02	0.01	5369.84	167.34
9465	0.10	0.01	1478.95	39.24
9753	6.05	0.31	263.44	5.62
9866	1.17	0.27	597.48	125.29
10521	0.44	0.06	912.84	92.58
11012	1.16	0.08	573.09	42.99
11300	0.48	0.28	807.09	407.65
11466	1.64	0.30	390.63	44.05
12754	0.44	0.31	1116.90	483.43

RESULTADOS

INTERVALOS DE CONFIANZA



● 99.73 %
● 95.50 %
● 68.27 %



CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

- En promedio el perfil ISO provee un mejor ajuste tanto para los datos r' , a' , y $r+a'$
- El mejor ajuste corresponde a la galaxia 3876 con ambos perfiles
- El análisis de las curvas de rotación es sumamente sensible al grado de simetría axial que presentan las galaxias
- Los errores de las mediciones de los datos eran, en algunos casos, del mismo orden de magnitud que la medida en sí.

CONCLUSIONES

- Valores de χ^2 reducido muy por encima de la unidad para la gran mayoría de galaxias,

N° UGC	mean χ^2 NFW	std χ^2 NFW	mean χ^2 ISO	std χ^2 ISO
1256	59.12	16.90	29.04	13.87
3273	46.48	41.76	11.97	9.62

- Contribución de la materia bariónica es importante.

CONCLUSIONES

- Galaxia 3876 tiene un buen ajuste con resultados acordes a la literatura.

N° UGC	mean M_{200}	std M_{200}	mean c	std c	mean ρ_0	std ρ_0	mean R_c	std R_c
3876	8.31×10^{11}	4.73×10^{11}	12.07	2.36	0.24	0.02	1183.96	42.62

- Otro método más robusto que el least square podría arrojar mejores resultados.