

Inferencias de materia oscura a partir de curvas de rotación

Tatiana Acero Cuellar^{*}
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia

Nicolas Fernandez Cinquepalmi^{**}
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Lima, Perú

Jocabed Martínez López^{***}
Universidad Central de Venezuela
Caracas, Venezuela

18 de mayo del 2021

Índice

1. Introducción	3
1.1. Introducción al Análisis Bayesiano	3
1.1.1. Teorema de Bayes	3
1.1.2. De la Función de Verosimilitud (Likelihood) al Análisis Bayesiano	4
1.1.3. Probabilidad a posteriori para datos Gaussianos	5
1.2. Modelo cosmológico estándar (Λ CDM)	5
1.3. El problema cusp-core	6
1.4. Medida indirecta de la materia oscura	6
1.5. Ajuste de curvas de rotación	7
1.5.1. Navarro-Frenk-White (NFW)	7
1.5.2. Pseudo-isotérmico (ISO)	8
2. Metodología	9
2.1. Elección de galaxias	10
2.2. Ajuste de modelos	12
2.3. Regiones de parámetros, χ^2 reducido e intervalos de confianza bayesianos	12
3. Resultados y Discusión	12
3.1. Parámetros de mejor ajuste perfiles NFW e ISO	12
3.1.1. Parámetros. Side = 'r'	13

^{*} e-mail: tacero@unal.edu.co

^{**} e-mail: nicolas.fernandez@unmsm.edu.pe

^{***} e-mail: jocabed.guitar@gmail.com

3.1.2. Parámetros. Side = 'a'	15
3.1.3. Parámetros. Side = 'r+a'	16
3.2. Intervalos de confianza para los parámetros encontrados	20
4. Conclusiones y Recomendaciones	23
5. Referencias	23
6. Anexos	23
6.1. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'r'	24
6.2. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'a'	27
6.3. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'r+a'	30

Resumen

La materia oscura corresponde aproximadamente al 80 % de la materia del Universo pero no puede ser vista debido a que no emite radiación electromagnética ni interactúa con ella. Una forma de medir su distribución en las galaxias es a través de los movimientos internos del gas y de las estrellas, analizando las curvas de rotación de estas últimas. En el presente documento se trabaja con curvas de rotación de 18 galaxias obtenidas por el observatorio GHASP encontradas en Fabry Perot, las cuales presentan velocidades máximas de 130 km/s y simetría axial en sus mapas de velocidades. Haciendo uso del método `script.optimize.leastsq` se determinó el conjunto de parámetros que mejor se ajustan a los datos, para el perfil de velocidades Navarro-Frenk-White (NFW) y Pseudo-Isotérmico (ISO). Para el perfil NFW se determinó la masa M_{200} y la concentración central de la distribución de masa c ; para el perfil ISO, el radio del core R_c y la densidad característica ρ_0 . Este proceso se realizó teniendo en cuenta la parte de la galaxia que se aleja ("receding", Size = 'r'), la parte que se acerca ("approaching", Size = 'a') y la combinación de ambas ("receding" + "approaching"), de tal manera que por galaxia se obtuvieron 4×3 parámetros por medio del método least square. Utilizando estos valores se determinó el valor de χ^2 reducido para cada caso considerado y con ello, el mejor ajuste para cada galaxia. Se creó una matriz con los parámetros para cada perfil, en donde se tomó un rango de valores alrededor de los encontrados por leastsq, se construyeron todas las posibles combinaciones entre ellos y para cada par se determinó el nuevo valor de χ^2 reducido. Teniendo en cuenta estos valores, se elaboraron gráficas de los intervalos de confianza siguiendo los valores estándar de una distribución gaussiana, $\sigma(68,27\%)$, $2\sigma(95,50\%)$ y $3\sigma(99,73\%)$. De acuerdo a los resultados encontrados, los mejores ajustes se obtuvieron en la galaxia 3876 para ambos perfiles de velocidad aunque, en promedio, se logró un mejor ajuste para todas las galaxias utilizando el perfil ISO.

1. Introducción

1.1. Introducción al Análisis Bayesiano

1.1.1. Teorema de Bayes

La base de la estadística bayesiana es el teorema de Bayes. Suponiendo que se tiene una variable aleatoria y , y se desea hacer inferencias sobre otra variable aleatoria θ , donde de θ se extrae de alguna distribución $p(\theta)$. De la definición de la probabilidad condicional,

$$P_r(\theta|y) = \frac{P_r(y, \theta)}{P_r(y)} \quad (1)$$

Nuevamente, de la definición de la probabilidad condicional, se puede expresar la probabilidad conjunta como,

$$P_r(y, \theta) = P_r(y|\theta) P_r(\theta). \quad (2)$$

Sustituyendo la expresión anterior en el teorema de Bayes,

$$P_r(\theta|y) = \frac{P_r(y|\theta) P_r(\theta)}{P_r(y)}, \quad (3)$$

donde $P_r(\theta)$ es la distribución a priori de los posibles valores de θ , mientras que $P_r(\theta|y)$ es la distribución a posteriori de θ , dados los datos observados y . [1]

1.1.2. De la Función de Verosimilitud (Likelihood) al Análisis Bayesiano

Un concepto de importancia fundamental es la función de verosimilitud o likelihood. Considerando un conjunto de N observaciones independientes de X , es decir, X_1, \dots, X_N . La función de densidad de probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés) de X , por independencia, es

$$P(X|\theta) = P(X_1, \dots, X_n|\theta) = \prod_{i=1}^N f(X_i|\theta). \quad (4)$$

Cuando la variable X es reemplazada por los datos observados X^0 , entonces P deja de ser una PDF, y es usual denotarlo por \mathcal{L} y llamar a $P(X^0|\theta)$ como la función de verosimilitud o función de likelihood o simplemente likelihood, la cual es ahora función únicamente de θ :

$$\mathcal{L}(\theta) = P(X^0|\theta). \quad (5)$$

Y si se tienen n parámetros, se generaliza a

$$\mathcal{L}(\theta_1, \dots, \theta_n) = P(X^0|\theta_1, \dots, \theta_n). \quad (6)$$

Los valores $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_n$ que maximizan la función $\mathcal{L}(\theta_1, \dots, \theta_n)$ son estimadores de los parámetros $\theta_1, \dots, \theta_n$ de la función de densidad de probabilidad. Para obtener dichos valores se debe maximizar el likelihood,

$$\left. \frac{\partial \mathcal{L}(\theta_1, \dots, \theta_n)}{\partial \theta_i} \right|_{\hat{\theta}_i} = 0. \quad (7)$$

El método de máximo likelihood y el análisis bayesiano están estrechamente relacionados. La función de likelihood $\mathcal{L}(\theta) = P(X^0|\theta)$, por simplicidad, se denotará como $\mathcal{L}(\theta) = P(x|\theta)$. Utilizando el teorema de Bayes y comenzando con una premisa sobre la distribución de los parámetros desconocidos, se puede deducir que la función de densidad de probabilidad a posteriori es

$$P(\theta|x) = \frac{1}{p(x)} p(x|\theta) p(\theta) = \text{constante} \times \text{likelihood} \times \text{premise}. \quad (8)$$

Los intervalos de confianza se pueden construir a partir de la función de densidad de probabilidad a posteriori. Por ejemplo, un intervalo de confianza $(1 - \alpha)$ está dado por cualesquiera $L_{\alpha/2}, H_{\alpha/2}$ que satisfagan

$$\int_{L_{\alpha/2}}^{H_{\alpha/2}} P(\theta|x) d\theta = 1 - \alpha. \quad (9)$$

Para reducir posibles candidatos se utiliza típicamente regiones de alta densidad, por ejemplo, 95 % con $\alpha = 0,05$ o 99 % con $\alpha = 0,01$, etc. Dichas regiones se denominan intervalos de confianza bayesianos.

Es crítico notar que hay una profunda diferencia entre los intervalos de confianza de la estadística clásica (frecuentista) y los intervalos de confianza bayesianos. La interpretación clásica de los intervalos de confianza es que si se repite el experimento un gran número de veces, y se construye intervalos de confianza de la misma manera, $(1 - \alpha)$ de los intervalos de confianza contendrán al parámetro desconocido. Con los intervalos de confianza bayesianos, hay un $(1 - \alpha)$ de probabilidad que el intervalo contenga al verdadero valor del parámetro desconocido. A menudo, los intervalos de confianza clásicos y bayesianos tienen esencialmente el mismo valor, pero la diferencia en la interpretación permanece. El punto clave es que la premisa Bayesiana permite hacer declaraciones probabilísticas sobre θ , mientras que en la estadística clásica solo se puede hacer deducciones sobre el comportamiento estadístico si se repite el experimento un gran número de veces.[2]

1.1.3. Probabilidad a posteriori para datos Gaussianos

Se adopta el "prior" de tal forma que los datos siguen una función de densidad de probabilidad gaussiana. De este modo, el likelihood puede escribirse como

$$\mathcal{L}(\sigma_i, M_i) \propto \exp \left[- \sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{2\sigma_i^2} \right]. \quad (10)$$

Utilizando la ecuación 8, se obtiene la función de densidad de probabilidad a posteriori

$$p(\sigma_i, M_i | X_i) \propto \exp \left[- \sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{2\sigma_i^2} \right]. \quad (11)$$

además, utilizando la definición de χ^2

$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{(X_i - M_i)^2}{\sigma_i^2}, \quad (12)$$

donde σ_i son los errores correspondientes a los datos X_i , y M_i son los valores del modelo, llegamos finalmente a un resultado importante [3, 4]

$$p(\sigma_i, M_i | X_i) \propto \exp \left[- \frac{\chi^2}{2} \right]. \quad (13)$$

1.2. Modelo cosmológico estándar (Λ CDM)

La cosmología es el área de investigación que se encarga de describir el Universo, su comienzo y su evolución. El modelo cosmológico estándar (Λ CDM) está basado en el escenario del Big Bang, el cual está firmemente establecido en tres observables cosmológicos y una teoría. La teoría es la *Relatividad General*, que describe la gravedad, la fuerza dominante a grandes escalas. El primer observable es la expansión del Universo. El segundo, es la abundancia de luz en el Universo y el tercero es el fondo de microondas cósmico (CMB, por sus siglas en inglés).

Los componentes dominantes del modelo cosmológico estándar son la constante cosmológica Λ y la materia oscura fría (CDM por sus siglas en inglés), dando así el nombre del modelo Λ CDM. La existencia de CDM fue aceptada por las medidas de curvas de rotación de las galaxias y se trata de un tipo de materia que no interactúa electromagnéticamente, es decir, que solo podemos detectar o inferir su existencia a través de una interacción gravitacional. Es materia oscura fría porque tiene una velocidad de dispersión baja. Por otra parte, la constante cosmológica Λ fue aceptada cuando se corroboró mediante dos equipos de supernovas tipo Ia que el Universo se expande aceleradamente. Estas dos componentes Λ y CDM tienen respectivamente el 69 % y el 26 % aproximadamente de la cantidad de energía del Universo, el otro 5 % son bariones con fracciones más pequeñas que 1 % de radiación y neutrinos.

1.3. El problema cusp-core

Una forma de determinar la concentración y forma del halo de materia oscura que hay en las galaxias es mediante el ajuste de curvas de rotación. Las curvas de rotación consisten en gráficas de la velocidad de distintas partes de la galaxia en función de la distancia. El método funciona en particular para galaxias tipo disco o planas. Al considerar las galaxias como la suma de diferentes contribuciones; estas suelen ser la contribución del disco estelar, el bulge, el disco gaseoso y el halo de materia oscura, cada componente comparte el mismo eje de rotación y origen de coordenadas, las curvas de rotación se pueden construir teniendo en cuenta cada contribución. Considerando esta división de la galaxia, se puede inferir la cantidad de materia oscura, que junto con las demás cantidades, coincide con las medidas observacionales.

De acuerdo a modelos obtenidos mediante simulaciones numéricas se ha concluido que la densidad de materia oscura hacia el centro de la galaxia, tiene un comportamiento siguiendo a r^{-1} ; sin embargo, la conclusión obtenida media la descripción presentada en el párrafo anterior y mediante medidas observacionales, da cuenta de un comportamiento constante de la densidad, en la misma región central. Esta diferencia en la descripción de la densidad se le conoce como el *problema cusp-core*.

Las simulaciones numéricas permiten de igual manera el estudio de la estructura y composición de las galaxias. La fórmula de Navarro-Frenk-White (NFW) da razón del comportamiento creciente de la densidad de materia oscura hacia el centro de la galaxia. Este acercamiento es diferente al presentado mediante observaciones, el cual es descrito por la fórmula del modelo pseudo-isotérmico sphere (ISO), donde se tiene un comportamiento constante de la densidad en la región central [5, 6].

1.4. Medida indirecta de la materia oscura

La materia oscura es un tipo de “materia” que no emite o absorbe radiación en frecuencias dentro del espectro electromagnético y por lo tanto la forma de caracterizarla es a través de métodos indirectos. El halo de materia oscura de las galaxias tipo disco puede ser estudiado mediante la observación de curvas de rotación de las mismas. Bajo condiciones de equilibrio, las curvas de rotación reúnen toda la información relevante al potencial gravitacional, de este se puede abstraer

la contribución a lo que comúnmente se conoce como materia (bariónica), y el residuo correspondería a la materia oscura.

Como se mencionó en párrafos anteriores, el potencial gravitacional de la galaxia se puede escribir como la contribución de las diferentes partes,

$$\Phi_{\text{total}} = \Phi_{\text{disco}*} + \Phi_{\text{bulge}*} + \Phi_{\text{gas}} + \Phi_{\text{dm}}. \quad (14)$$

Gracias a las características en común de cada contribución, mencionadas anteriormente, se tiene que la velocidad de una partícula de prueba, siguiendo una órbita circular sobre el ecuador de la galaxia, se puede escribir como,

$$V_c^2 = V_{\text{disco}*}^2 + V_{\text{bulge}*}^2 + V_{\text{gas}}^2 + V_{\text{dm}}^2. \quad (15)$$

En este punto se asume que la velocidad circular describe y da razón de la curva de rotación. Si se considera únicamente el comportamiento de las galaxias enanas, donde se tiene que la fracción de materia oscura es considerablemente mayor que la cantidad de materia bariónica, esta velocidad queda determinada por,

$$V_c^2 \approx V_{\text{dm}}^2, \quad (16)$$

A esta aproximación se le conoce también como la aproximación de *disco mínimo*. Realizar el estudio considerando galaxias enanas simplifica el análisis, debido a que elimina el “paso extra” de determinar la contribución de la materia bariónica. El estudio dentro de esta aproximación puede determinar límites superiores de como se comporta la densidad de materia oscura hacia el centro de la galaxia [5, 6].

1.5. Ajuste de curvas de rotación

El método consiste en determinar el mejor ajuste a la velocidad V_{dm} siguiendo modelos analíticos que describen el comportamiento de la materia oscura cerca a la centro de la galaxia. El mejor ajuste se selecciona de acuerdo al menor valor de χ^2 .

Hay dos modelos analíticos que describen la densidad de materia oscura, uno siguiendo el acercamiento “core” y el otro “cusp” [5, 6].

1.5.1. Navarro-Frenk-White (NFW)

Este modelo describe el aumento de la densidad de materia oscura hacia el centro de la galaxia. Este modelo surgió como un buen ajuste a algunos datos observacionales,

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \frac{\rho_0}{(r/R_s)[1 + (r/R_s)]^2}, \quad (17)$$

donde ρ_0 es la densidad de la región central y R_s es el radio de transición entre la parte interna y externa del perfil de densidad. Cuando $r \rightarrow 0$, la densidad aumenta siguiendo $\rho_{\text{inner}} \sim r^{-1}$. Para

$r \rightarrow \infty$, la densidad sigue un comportamiento $\rho_{\text{outer}} \sim r^{-3}$.

Otra forma de reescribir el comportamiento de la materia oscura siguiendo el perfil NFW, es mediante el análisis de las velocidades,

$$v_{NFW}(r) = v_{200} \sqrt{\frac{\log(1+cx) - cx/(1+cx)}{x[\log(1+c) - c/(1+c)]}}, \quad (18)$$

donde v_{200} es la velocidad circular para un radio de r_{200} , donde este radio representa la distancia a la cual la densidad del halo sería 200 veces la densidad crítica (mínima densidad en el universo). El parámetro $c = r_{200}/R_s$ mide la concentración en el centro de la distribución de masa, y el valor x viene dada por $x = r/r_{200}$.

La velocidad viene dada por la expresión,

$$M_{200} = \frac{v_{200}^3}{10GH_0}, \quad H_0 = 70 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}, \quad (19)$$

donde M_{200} es aproximadamente la masa de halo, G es la constante gravitacional. [5, 6]

De esta relación se puede determinar el r_{200} como,

$$v_{200} = \sqrt{\frac{GM_{200}}{r_{200}}} \rightarrow r_{200} = \frac{GM_{200}}{v_{200}^2} \quad (20)$$

1.5.2. Pseudo-isotérmico (ISO)

Este modelo describe la densidad de materia oscura hacia el centro de la galaxia como constante. Este modelo, al igual que NFW, se originó como un buen ajuste a algunas curvas de rotaciones observadas,

$$\rho_{ISO}(r) = \frac{\rho_0}{[1 + (r/R_c)]^2}, \quad (21)$$

donde ρ_0 es la densidad central de materia oscura y R_c es el radio del “core”. Cuando $r \rightarrow 0$, la densidad tiende a $\rho_{\text{inner}} \sim \rho_0$.

Reescribiendo esta descripción al considerar el perfil de velocidad [5, 6],

$$V_{P-ISO}(r) = \sqrt{4\pi G(\rho_0 R_c^2) \frac{R_c}{r} \left[\frac{r}{R_c} - \arctan\left(\frac{r}{R_c}\right) \right]}. \quad (22)$$

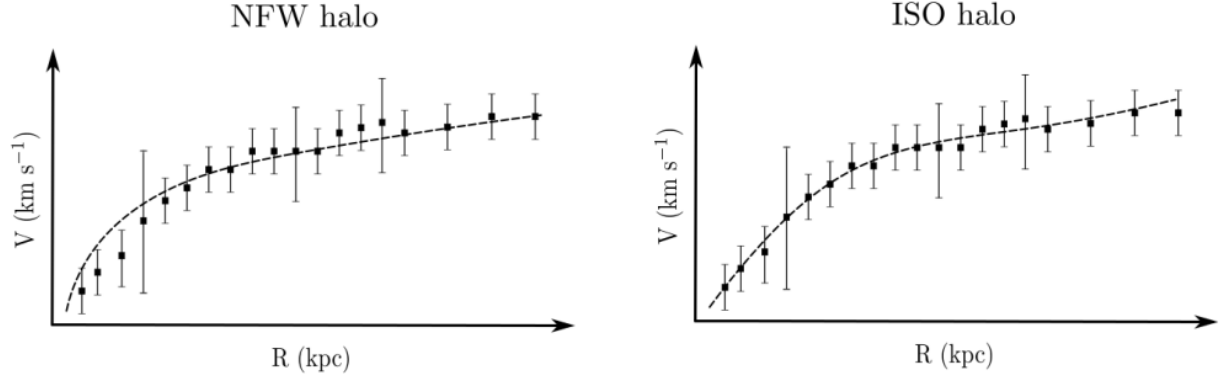


Figura 1: Ejemplo de una curva de rotación con el ajuste del perfil NFW e ISO

El presente trabajo se divide en la Introducción (1) donde se enuncian los principales conceptos físicos y estadísticos relevantes al desarrollo del proyecto. En la sección de Metodología (2) se presentan los pasos que se siguieron para el avance del proyecto, desde la fase exploratoria de reconocimiento de herramientas computacionales y los datos; pasando por la elección de los datos que mejor se ajustan a los objetivos del trabajo, presentación de las estrategias computacionales y estadísticas usadas. Los resultados se presentan en la sección (3) y finalmente las conclusiones en la sección (4). Se incluye una sección de anexos en (6).

2. Metodología

Este proyecto tiene por objetivo principal estudiar el ajuste de los dos modelos o perfiles descritos (NFW e ISO) a datos observacionales que tengan características a galaxias que puedan seguir la aproximación de disco mínimo, mediante el método de least squares. Posteriormente realizar un análisis estadístico de los resultados. Este trabajo muestra como factor innovador el considerar tres casos para cada galaxia: únicamente los datos correspondientes a la parte de la galaxia acercándose, parte de la galaxia alejándose y también el estudio con todos los datos.

Toda la parte computacional se realizó en `python`, usando notebooks y scripts `.py`. Se escribió un pequeño archivo `.sh` para automatizar el análisis de todos los datos. El repositorio del proyecto se encuentra en https://gitmilab.redclara.net/martinezj/proyecto_materia_oscura.

Para el desarrollo de este proyecto se realizó una primera fase exploratoria del método de `scipy.optimize.leastsq` para entender que recibe por parámetros de entrada y que cantidades tiene como salida. Este método de ajuste a modelos se realizó siguiendo los modelos de NFW, dado por las ecuaciones (17,18), y para el modelo ISO, dado por las ecuaciones (21,22) para valores aleatorios de los parámetros, también se añadió ruido a las curvas y se observó como el método ajustaba estos nuevos datos.

Posteriormente, se eligió una galaxia dentro del catálogo de Fabry Perot (Sección 2.1), se elaboró una gráfica de su curva de velocidad en km/s vs la distancia desde el centro de la galaxia en kpc. Para el ajuste, se usó el método de `scipy.optimize.leastsq`, con parámetros de partida M_{200} y c para el modelo NFW de la Tabla 1 del paper [5]. Por otro lado, para el modelo ISO se usaron como parámetros de partida, ρ_0 y R_c de la Figura 1.4b de [5].

Del método `scipy.optimize.leastsq` se obtuvieron los dos parámetros para cada modelo que mejor ajustan los datos con los respectivos errores. Este método requiere colocar valores de partida para los parámetros a determinarse, estos fueron, para todas las galaxias,

$$M_{200} = 3 \times 10^{10} M_{\odot} \quad (23)$$

$$c = 11 \quad (24)$$

$$R_c = 10,78 \text{ pc} \quad (25)$$

$$\rho_0 = 4,32 \times 10^5 M_{\odot}/\text{pc}^3 \quad (26)$$

Por otro lado, también se obtiene una matriz de tamaño $[\text{num_parámetros} \times \text{num_parámetros}]$ que al multiplicar por el residuo, da la matriz de covarianza, la diagonal de esta da la incertidumbre formal para cada parámetro. El residuo viene dado por la expresión,

$$\text{residuo} = \frac{1}{N - n_p} \sum_i^N \left(\frac{v_{\text{fit}}[i] - v_{\text{real}}[i]}{\text{err_v}[i]} \right)^2,$$

donde v_{fit} es la velocidad que se obtiene al usar los parámetros dados por `scipy.optimize.leastsq`, v_{real} es la velocidad observacional, err_v es el error observacional de la medida, N es el número total de datos, y n_p es el número de parámetros, para este trabajo siempre será 2.

2.1. Elección de galaxias

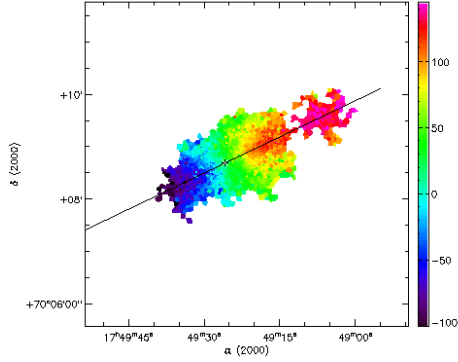
Para la elección de los datos a trabajar se hizo uso de la base de datos en Fabry Perot¹, la cual reúne datos de diferentes observatorios de galaxias. Para el estudio en cuestión se hizo una revisión minuciosa de las 396 galaxias presentadas, extrayendo aquellas que mostraban un mapa de velocidades simétrico y bien comportado, siguiendo la estructura mostrada en la Figura 2a, también se debían tener velocidades máximas entre 120 – 130 km/s, de tal manera que aproximadamente todas las curvas de velocidad (distancia vs velocidad) mostrasen la forma de la Figura 2b.

Esta elección se realizó para tener en cuenta únicamente galaxias, que se pueda concluir, siguen la aproximación de disco mínimo y, por lo tanto, no es necesario tener en cuenta las contribuciones de la velocidad del disco estelar, el bulge o el gas; únicamente se consideró la contribución de la materia oscura.

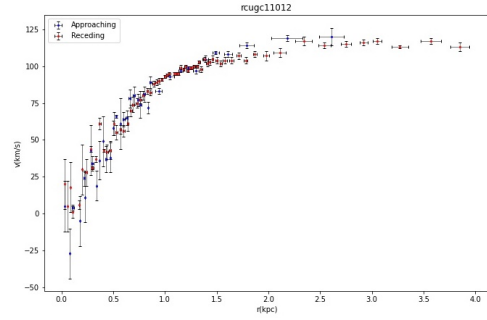
¹<https://cesam.lam.fr/fabryperot/>

Teniendo en cuenta estas restricciones, las cuales tienen en cuenta el caso casi ideal del movimiento de galaxias, se obtuvo un total de 18 galaxias. Todas las galaxias encontradas corresponden al mismo observatorio GHASP. De Fabry Perot se descargó el “data_rotation_curve”, el cual es un archivo en formato .txt que contiene 8 columnas. Todos los datos para galaxias tienen la misma estructura ya que son del mismo observatorio.

Esta elección de galaxias se realizó de esta manera para trabajar con casos cercanos a la aproximación de disco mínimo (ecuación 16).



(a) Mapa de velocidad para la galaxia UGC11021. La simetría buscada consiste en un centro de color verde, un extremo violeta y el otro rojo, una estructura compacta (sin huecos). De esta manera se garantiza que las velocidades de las partículas de la galaxia que se mueven hacia dentro de la imagen (receding) y las que se mueven hacia fuera de la imagen (approaching) (las galaxias rotan), tienen aproximadamente las misma magnitud de velocidad.



(b) Curva de rotación para la galaxia UGC11021. La forma buscada es una curva que tiene velocidades bajas hacia el centro de la galaxia, hasta que toma un valor aproximadamente constante que no pasa los 120 – 130 km/s. Los puntos azules hacen referencia a la parte de la galaxia que se está acercando (approaching) y la roja que se está alejando (receding). Las unidades de interés son kpc para las distancias desde el centro de la galaxia y km/s para las velocidades.

Figura 2: Características de galaxias trabajadas

r(kpc)	err_r(kpc)	r(arcsec)	err_r(arcsec)	v(km/s)	err_v(km/s)	Number of bins	Side
--------	------------	-----------	---------------	---------	-------------	----------------	------

Tabla 1: Columnas reportadas para las curvas de rotación de cada galaxia. r(kpc): distancia desde el centro de la galaxia en kiloparsec; err_r(kpc): error de la medida reportada; r(arcsec) y err_r(arcsec) distancia y error en arco segundos; v(km/s) y err_v(km/s) velocidad reportada junto con error a esa distancia de la galaxia en km/s; Side: indica si el dato tomado es un punto de la galaxia que se está acercando (a: approaching) o alejando (r: receding).

Para cada galaxia se eliminaron los valores de $\text{err_v(km/s)} == 0$, con el fin de evitar errores por divisiones entre cero en la parte del ajuste de modelos.

2.2. Ajuste de modelos

Se realizó un ajuste a los datos de las galaxias con el método de `scipy.optimize.leastsq` con los modelos descritos en la sección 1.5, el modelo NFW dado por las ecuaciones (17,18) y el modelo ISO dado por las ecuaciones (21,22). Se utilizaron los parámetros de partida M_{200} y c para el modelo NFW y se utilizaron los parámetros ρ_0 y R_c para el modelo ISO. Al realizar el ajuste se obtuvieron los *parámetros del mejor ajuste* para cada modelo.

Utilizando los parámetros del mejor ajuste, se realizó una prueba de χ^2 para comparar los datos con ambos modelos. Con el valor de χ^2 reducido obtenido se determinó cuál modelo se ajusta mejor a los datos,

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - M_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (27)$$

donde O_i son los datos observados, σ_i sus errores y M_i los datos del modelo. El valor del χ^2 reducido se obtiene al dividir el valor de χ^2 por los grados de libertad (cantidad de datos - parámetros del modelo). La forma de determinar cuál de los dos modelos se ajustaba mejor a los datos, fue comparando el χ^2 reducido para cada modelo, viendo cuál valor se acercaba más a la unidad.

2.3. Regiones de parámetros, χ^2 reducido e intervalos de confianza bayesianos

Luego de realizar el ajuste, obtenidos los parámetros del mejor ajuste y el valor de χ^2 reducido para cada modelo, se procedió a realizar una inspección exhaustiva del espacio de parámetros para cada modelo en regiones cercanas a los parámetros del mejor ajuste, con la finalidad de asegurar que el χ^2 obtenido anteriormente es un mínimo absoluto y no tan solo un mínimo local. Así, se obtiene el χ_{min}^2 .

Los intervalos de confianza bayesianos se definieron siguiendo los valores estándar de una distribución gaussiana, es decir, σ (68,27 %), 2σ (95,50 %) y 3σ (99,73 %). Para esto, se agruparon los diferentes parámetros para valores de $\chi_{min}^2 + \Delta$, donde Δ será el valor correspondiente que brinde la probabilidad requerida para cada intervalo de confianza, obedeciendo la siguiente expresión

$$P \propto e^{-\Delta/2} \quad (28)$$

Lo que obtenemos finalmente, son intervalos de confianza bayesianos que nos indican la probabilidad de que el verdadero conjunto de parámetros se encuentre en cada región.

3. Resultados y Discusión

3.1. Parámetros de mejor ajuste perfiles NFW e ISO

En las tablas 2, 3 y 4 se pueden observar los parámetros del mejor ajuste con los modelos NFW e ISO para todas las galaxias para `side = 'r', 'a' y 'ra'` respectivamente. También en las tablas se

tienen los valores de χ^2 reducido, así como los el número total de datos para cada galaxia.

3.1.1. Parámetros. Side = 'r'

N° UGC	len	M_{200}	c	χ^2 NFW	ρ_0	R_c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	78	4.00×10^{15}	0.06	73.65	0.06	2721.83	40.16	ISO
2800	5	5.26×10^{15}	0.04	7.03	0.08	2073.18	7.39	Ambos
3273	6	1.42×10^{15}	0.00	1.27	0.04	2612.75	1.41	Ambos
3876	15	4.09×10^{11}	14.54	1.24	0.26	1135.72	1.47	Ambos
4165	75	3.30×10^{10}	28.52	3.94	0.98	341.53	3.91	Ambos
5228	24	7.71×10^{11}	13.95	26.53	0.34	1117.07	8.03	ISO
5251	27	1.94×10^{15}	0.03	16.12	0.05	2780.64	4.79	ISO
7876	20	1.51×10^{16}	0.08	7.89	0.14	1595.91	2.07	ISO
7985	40	2.24×10^{11}	20.12	5.64	0.56	712.26	4.45	ISO
8403	42	2.82×10^{15}	0.01	28.09	0.02	5178.19	4.85	ISO
9465	11	7.81×10^{12}	3.40	14.67	0.11	1448.91	5.27	ISO
9753	26	1.05×10^{11}	61.02	5.42	5.74	268.99	5.42	Ambos
9866	14	1.97×10^{12}	16.06	5.08	1.48	464.66	3.02	ISO
10521	43	3.23×10^{11}	18.97	17.64	0.39	982.07	9.91	ISO
11012	67	1.84×10^{11}	30.51	26.93	1.21	544.15	8.45	ISO
11300	32	1.02×10^{12}	10.56	10.19	0.22	1258.09	8.30	ISO
11466	35	9.45×10^{10}	34.22	16.10	1.81	367.12	13.77	ISO
12754	43	4.02×10^{11}	17.74	6.53	0.79	634.76	12.87	NFW

Tabla 2: Valores de los parámetros para los modelos NFW e ISO obtenidos para el mejor ajuste y valores de χ^2 reducido para los ajustes de cada modelo a cada galaxia. Considerando únicamente los datos receding (Side = 'r'). N° UGC: ID de la galaxia; len: número de datos observacionales de la velocidad; M_{200} : masa para obtener 200 veces la densidad crítica en M_\odot , para el caso "ideal" trabajado acá, corresponde a la masa total de la galaxia; c: concentración; χ^2 NFW: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil NFW; R_c : Radio del core en pc; ρ_0 : densidad central en unidades de M_\odot/pc^3 ; χ^2 ISO: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil ISO; Mejor modelo: de acuerdo al menor χ^2 . La curva de rotación observada y de ajuste para cada perfil (NFW e ISO) y el residuo para cada galaxia, se muestra en Anexos

Se observa en la Tabla 2 que para 12 de 18 galaxias se obtiene un mejor ajuste con el perfil ISO, mientras que para una galaxia se obtiene un mejor ajuste con el perfil NFW y para 5 galaxias se obtiene un mejor ajuste con ambos modelos. Se puede ver también que los parámetros obtenidos de la concentración para las galaxias 1256, 2800, 3273, 5251, 7876, 8403 y 9465 tienen valores muy cercanos a cero y valores de masa M_{200} muy grandes en comparación con los valores reportados en [5]. Para las galaxias 4165, 7985, 9753, 11012 y 11466 se obtienen valores de concentraciones muy elevadas y para las galaxias 10521 y 12754 valores intermedios (comparando con [5]). Las galaxias 3876, 5228, 9866 y 11300 son las que tienen parámetros similares a los obtenidos en [5], y de estas

galaxias la 3876 es la que presenta un mejor ajuste para el perfil NFW comparando con las otras galaxias 5228, 9866 y 11300

Al extraer el rango de valores apropiados para ρ_0 y R_c en el perfil ISO, de la Figura 14b de [5], se tiene que aproximadamente,

$$\begin{aligned} 150pc < R_c < 6400pc \\ 0,0032M_{\odot}/pc^3 < \rho_0 < 10M_{\odot}/pc^3 \end{aligned}$$

Se puede observar que para todas las galaxias, los parámetros obtenidos para el perfil ISO, están dentro del rango para los valores de ρ_0 y R_c en el perfil ISO, de la Figura 14b de [5] y para este perfil se tiene un mejor ajuste para la galaxia 3273.

El mejor ajuste, al observar todos los χ^2 reducidos, se puede decir que es para la galaxia 3273, para el perfil NFW, sin embargo se puede observar que los parámetros obtenidos para esta galaxia no son acordes a los obtenidos en [5], incluso se tiene un valor de concentración de 0. Entonces se puede decir que el mejor ajuste se obtiene para la galaxia 3876 con ambos perfiles, ya que se obtiene un valor de χ^2 reducido cercano a la unidad y los parámetros tanto para el perfil NFW como para el ISO corresponden a parámetros similares y dentro del rango de parámetros en [5].

3.1.2. Parámetros. Side = 'a'

N° UGC	len	M_{200}	c	χ^2 NFW	ρ_0	R_c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	49	1.45×10^{15}	0.00	40.57	0.03	6852.55	13.50	ISO
2800	7	6.45×10^{15}	0.07	8.85	0.08	2192.76	5.00	ISO
3273	13	1.87×10^{15}	0.00	83.62	0.02	6151.82	20.23	ISO
3876	18	1.34×10^{12}	9.85	3.97	0.23	1216.49	3.09	Ambos
4165	53	3.56×10^{11}	9.81	1.60	0.17	967.56	1.96	Ambos
5228	29	4.20×10^{11}	16.57	73.86	0.34	1094.36	23.38	ISO
5251	30	3.71×10^{11}	11.96	7.25	0.16	1389.47	7.60	Ambos
7876	13	4.05×10^{11}	12.19	3.28	0.27	907.54	2.40	ISO
7985	57	1.13×10^{11}	26.12	6.39	0.83	530.89	6.54	Ambos
8403	80	3.02×10^{15}	0.05	30.17	0.03	5444.29	9.80	ISO
9465	9	2.89×10^{11}	9.51	2.56	0.09	1523.35	1.13	ISO
9753	33	9.25×10^{10}	67.98	22.58	6.35	257.76	21.15	ISO
9866	21	1.36×10^{17}	0.36	9.27	0.96	713.56	5.82	ISO
10521	20	3.03×10^{11}	19.58	5.05	0.51	807.68	1.57	ISO
11012	36	5.06×10^{12}	12.57	8.81	1.07	622.49	3.03	ISO
11300	26	1.86×10^{11}	17.80	7.80	0.78	464.83	8.24	NFW
11466	22	4.56×10^{11}	18.41	9.31	1.29	441.45	18.66	NFW
12754	49	1.05×10^{14}	3.48	4.63	0.21	1601.60	4.13	Ambos

Tabla 3: Valores de los parámetros para los modelos NFW e ISO obtenidos para el mejor ajuste y valores de χ^2 reducido para los ajustes de cada modelo a cada galaxia. Considerando únicamente los datos receding (Side = 'a'). N° UGC: ID de la galaxia; len: número de datos observacionales de la velocidad; M_{200} : masa para obtener 200 veces la densidad crítica en unidades de M_\odot , para el caso “ideal” trabajo acá, corresponde a la masa total de la galaxia; c: concentración; χ^2 NFW: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil NFW; ρ_0 : densidad central en M_\odot/pc^3 ; R_c : Radio del core en pc; χ^2 ISO: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil ISO; Mejor modelo: de acuerdo al menor χ^2 . La curva de rotación observada y de ajuste para cada perfil (NFW e ISO) y el residuo para cada galaxia, se muestra en Anexos

Para la Tabla 3, de las 18 galaxias trabajadas, el perfil ISO se ajustó mejor a 11 de ellas.

El mejor ajuste (observando el menor χ^2 reducido para todas las galaxias) corresponde a la galaxia 9465, para el perfil ISO. Se debe notar que este caso en particular presenta únicamente 9 datos.

Observando los valores para M_{200} , las galaxias 1256, 2800, 3273, 8403, 9866 y 12754 tienen masas muy por encima de las reportadas en [5]. Las galaxias 1256, 2800, 3273, 8403 y 9866 presentan valores de concentración muy bajas a las reportadas; en especial, para 1256 y 3273, la concentración determinada es 0!. Para los parámetros de ISO, todos los valores determinados están dentro del

rango de valores reportados en [5].

3.1.3. Parámetros. Side = 'r+a'

N° UGC	len	M_{200}	c	χ^2 NFW	ρ_0	R_c	χ^2 ISO	Mejor modelo
1256	127	2.86×10^{15}	0.07	63.15	0.05	3171.60	33.47	ISO
2800	12	5.47×10^{15}	0.07	6.84	0.08	2039.29	4.89	ISO
3273	19	1.71×10^{15}	0.03	54.55	0.02	5259.97	14.27	ISO
3876	33	7.42×10^{11}	11.81	2.70	0.23	1199.68	2.24	ISO
4165	128	6.07×10^{10}	19.14	3.52	0.39	564.17	3.68	NFW
5228	53	4.59×10^{11}	16.19	51.60	0.34	1098.37	16.07	ISO
5251	57	8.43×10^{11}	7.90	19.25	0.10	1903.24	9.76	ISO
7876	33	1.36×10^{16}	0.10	6.21	0.17	1355.79	3.31	ISO
7985	97	1.46×10^{11}	23.74	6.66	0.71	595.23	6.59	Ambos
8403	122	3.17×10^{15}	0.01	29.70	0.02	5487.03	8.27	ISO
9465	20	5.92×10^{11}	7.47	9.83	0.10	1464.60	3.33	ISO
9753	59	9.75×10^{10}	64.95	14.92	6.05	263.56	13.94	ISO
9866	35	8.80×10^{16}	0.52	7.35	1.08	614.26	6.21	ISO
10521	63	3.20×10^{11}	19.06	13.36	0.41	948.78	7.40	ISO
11012	103	2.11×10^{11}	29.26	21.84	1.19	552.63	6.85	ISO
11300	58	4.93×10^{11}	13.06	9.24	0.44	698.36	13.05	NFW
11466	57	1.06×10^{11}	32.11	14.25	1.81	363.33	15.28	NFW
12754	92	9.57×10^{11}	13.04	5.88	0.33	1114.34	9.29	NFW

Tabla 4: Valores de los parámetros para los modelos NFW e ISO obtenidos para el mejor ajuste y valores de χ^2 reducido para los ajustes de cada modelo a cada galaxia, considerando los puntos receding y approaching (Side = 'r + a'). N° UGC: ID de la galaxia; len: número de datos observacionales de la velocidad; M_{200} : masa para obtener 200 veces la densidad crítica en M_\odot , para el caso “ideal” trabajo acá, corresponde a la masa total de la galaxia; c: concentración; χ^2 NFW: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil NFW; R_c : Radio del core en pc; ρ_0 : densidad central en unidades de M_\odot/pc^3 ; χ^2 ISO: valor de χ^2 reducido obtenido para el ajuste al perfil ISO; Mejor modelo: de acuerdo al menor χ^2 . La curva de rotación observada y de ajuste para cada perfil (NFW e ISO) y el residuo para cada galaxia, se muestra en Anexos 6.3.

Para la Tabla 4, de las 18 galaxias trabajadas, el perfil ISO se ajustó mejor a 13 de ellas.

El mejor ajuste (mirando el menor χ^2 reducido) es para la galaxia 3876, con ajuste en el perfil ISO.

Se puede observar en la Tabla 4 que de las 18 galaxias estudiadas, 13 presentan un mejor ajuste en el perfil de ISO. También al examinar los parámetros encontrados para el perfil NFW, se puede

notar que las galaxias 1256, 2800, 3273, 7876, 8403 y 9866 presentan concentraciones demasiado cercanas a cero y valores de masa demasiado grandes, lo cual no esta en concordancia con los valores reportados en [5], las galaxias 7985, 9753, 11012 y 11466 presentan concentraciones muy elevadas y las galaxias 4165 y 10521 presentan concentraciones intermedias (al comparar con [5]). Se observa que las galaxias 3876, 5228, 5251, 9465, 11300 y 12754 son las que tiene parámetros del perfil NFW mas acordes a la literatura, y de estas 6 galaxias las 11300 y 12754 tiene un mejor ajuste en NFW.

Todas las galaxias estudiadas dentro del perfil ISO están dentro del rango de los parámetros.

N° UGC	mean χ^2 NFW	std χ^2 NFW	mean χ^2 ISO	std χ^2 ISO
1256	59.12	16.90	29.04	13.87
2800	7.57	1.11	5.76	1.41
3273	46.48	41.76	11.97	9.62
3876	2.64	1.37	2.27	0.81
4165	3.02	1.25	3.18	1.07
5228	50.66	23.68	15.83	7.68
5251	14.21	6.22	7.38	2.49
7876	5.80	2.34	2.59	0.64
7985	6.23	0.53	5.86	1.22
8403	29.32	1.09	7.64	2.53
9465	9.02	6.10	3.24	2.07
9753	14.31	8.60	13.50	7.87
9866	7.23	2.10	5.02	1.74
10521	12.02	6.40	6.29	4.28
11012	19.19	9.35	6.11	2.78
11300	9.08	1.20	9.86	2.76
11466	13.22	3.51	15.90	2.50
12754	5.68	0.97	8.76	4.39

Tabla 5: Promedio y desviación estándar por galaxia de los valores de χ^2 para los perfiles de NFW e ISO.

De acuerdo a los resultados de la Tabla 5, la galaxia que tiene un mejor ajuste es la 3876 para ambos perfiles. La diferencia de ajuste para cada perfil de las galaxias 1256, 3273, 5228, 8403 y 11012 es considerable (diferencia entre χ^2 NFW y χ^2 ISO).

Las galaxias 2800, 7985, 8403, 9866, 11300, 11466 y 12754 para el perfil NFW, y las galaxias 3876, 5251, 7876, 7985, 8403, 11300 y 11466 para el perfil ISO, presentan una menor dispersión en los valores de χ^2 . El perfil se ajusta de manera similar a las tres curvas presentadas para cada galaxia.

N° UGC	mean M_{200}	std M_{200}	mean c	std c
1256	2.52×10^{15}	1.00×10^{15}	0.06	0.06
2800	5.79×10^{15}	6.58×10^{14}	0.06	0.03
3273	1.67×10^{15}	2.18×10^{14}	0.01	0.02
3876	8.31×10^{11}	4.73×10^{11}	12.07	2.36
4165	1.50×10^{11}	1.79×10^{11}	19.16	9.36
5228	5.50×10^{11}	1.937×10^{11}	15.57	1.42
5251	7.07×10^{14}	1.22×10^{15}	6.62	6.08
7876	9.33×10^{15}	8.08×10^{15}	4.13	6.98
7985	1.61×10^{11}	5.75×10^{10}	23.33	3.02
8403	2.86×10^{15}	1.60×10^{14}	0.04	0.02
9465	2.90×10^{12}	4.26×10^{12}	6.79	3.11
9753	9.84×10^{10}	6.32×10^9	64.65	3.49
9866	7.61×10^{16}	6.94×10^{16}	5.64	9.02
10521	3.16×10^{11}	1.11×10^{10}	19.20	0.33
11012	1.82×10^{12}	2.81×10^{12}	24.11	10.02
11300	5.65×10^{11}	4.20×10^{11}	13.81	3.68
11466	2.19×10^{11}	2.05×10^{11}	28.25	8.58
12754	3.56×10^{13}	6.05×10^{13}	11.42	7.27

Tabla 6: Promedio y desviación estándar por galaxia de los parámetros de M_{200} en M_{\odot} y concentración para el perfil NFW.

N° UGC	mean ρ_0	std ρ_0	mean R_c	std R_c
1256	0.05	0.02	4248.66	2266.22
2800	0.08	0.00	2101.74	80.62
3273	0.03	0.01	4674.85	1840.66
3876	0.24	0.02	1183.96	42.62
4165	0.51	0.42	624.42	317.33
5228	0.34	0.00	1103.27	12.12
5251	0.10	0.06	2024.45	703.46
7876	0.19	0.07	1286.41	349.39
7985	0.70	0.14	612.79	91.95
8403	0.02	0.01	5369.84	167.34
9465	0.10	0.01	1478.95	39.24
9753	6.05	0.31	263.44	5.62
9866	1.17	0.27	597.48	125.29
10521	0.44	0.06	912.84	92.58
11012	1.16	0.08	573.09	42.99
11300	0.48	0.28	807.09	407.65
11466	1.64	0.30	390.63	44.05
12754	0.44	0.31	1116.90	483.43

Tabla 7: Promedio y desviación estándar por galaxia de los parámetros de ρ_0 en M_\odot / pc^3 y radio del core en pc para el perfil ISO.

Al hacer el mismo proceso para cada parámetro obtenido para cada perfil (ver tablas 6 y 7), se encuentra que para NFW las galaxias 2800, 3273, 7985, 8403, 9753 y 10521; para ISO, las galaxias 2800, 3875, 5228, 7985, 9465, 9753, 10521, 11012 y 11466 presentan una menor dispersión en los valores encontrados. Esto podría indicar que los perfiles se ajustan de manera similar a los datos 'r', 'a' y 'r+a' y, por lo tanto, estos datos serían efectivamente similares (simetría en mapa de velocidad). Sin embargo, al examinar las gráficas, se encontró que sí hay galaxias, como la 3875, 9465, 9753 y 11012 que efectivamente los datos 'r' y 'a' aproximadamente se solapan y, por lo tanto, las curvas ajustadas en cada caso es similar. Por otro lado, galaxias como la 11466, donde los datos 'r' y 'a' son visiblemente diferentes y los parámetros de ajuste son similares, se debe a que la curva cruza por la mitad de los datos.

Al examinar los datos, también se evidenciaron galaxias, como la 5251, donde los datos 'r' y 'a' son similares en las regiones no cercanas al centro, y cerca al core son notoriamente diferentes, cambiando drásticamente los parámetros encontrados.

Notando los valores para el perfil ISO, en la Tabla 7 para la galaxia 9753, tiene el promedio en ρ_0 mas grande y el R_c mas pequeño. Por otro lado, para la misma galaxia, notando los valores en la Tabla 6, se tiene los valores de concentración mas altos. Esto puede llegar a indicar que el centro de distribución de masa de la galaxia, presenta una alta concentración y densidad, debido a un radio de core pequeño. Los dos perfiles “clasificaron” a esta galaxia de manera similar.

3.2. Intervalos de confianza para los parámetros encontrados

Como se describió en la sección de Metodología 2.3, se realizó una inspección del χ^2 para diferentes parámetros de cada perfil y, de esta manera, obtener los intervalos de confianza. Por galaxia, se obtuvieron las gráficas de los intervalos tanto para NFW como para ISO. Algunos ejemplos de estas son las Figuras 3, 4 y 5. Todas las gráficas se encuentran en https://gitmilab.redclara.net/martinezj/proyecto_materia_oscura.

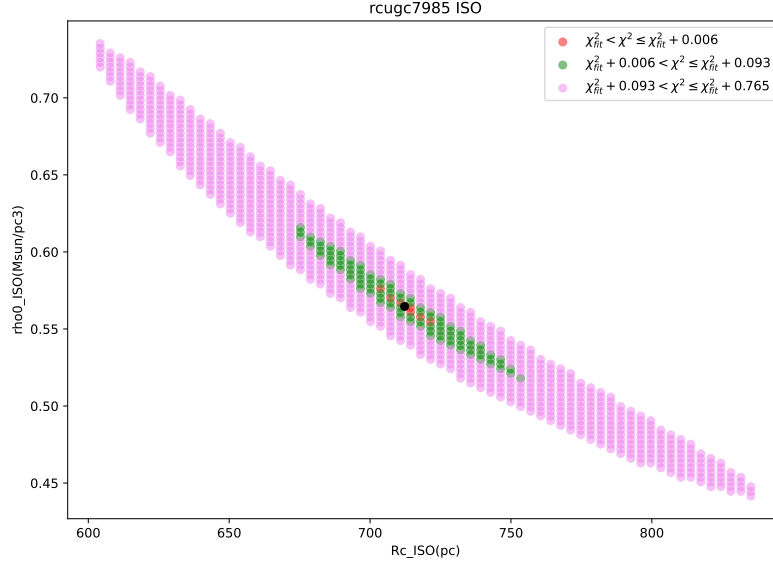


Figura 3: Intervalos de confianza para los parámetros encontrados mediante least square para el perfil ISO y para todos los datos ('r'). El eje x es el rango de valores para R_c en pc, alrededor del valor arrojado por least square; el eje y es lo mismo pero para la densidad en unidades de M_\odot/pc^3 . El punto negro señala los parámetros obtenidos por least square; la región roja corresponde al par de parámetros cuyo χ^2 difiere de máximo 0,006 (99,70 %) del χ^2 obtenido por least square; la región verde, hasta máximo 0,093 (95,45 %); la región rosada, hasta máximo 0,765 (68,20 %).

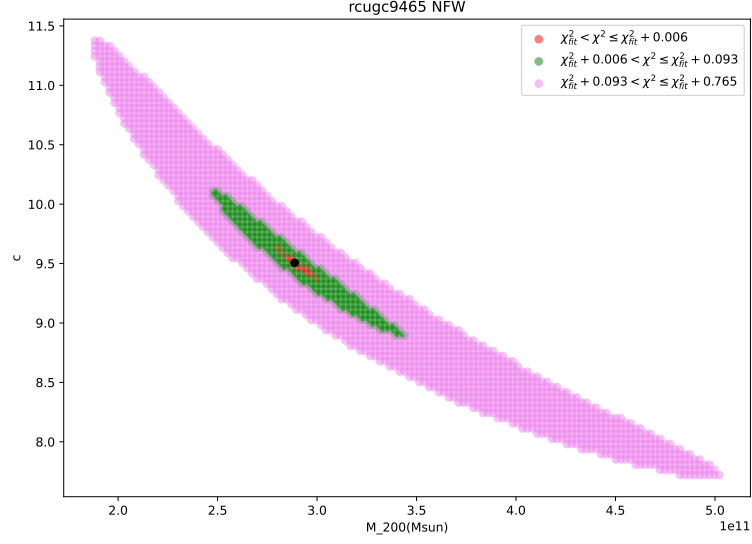


Figura 4: Intervalos de confianza para los parámetros encontrados mediante least square para el perfil NFW y para todos los datos ('a'). El eje x es el rango de valores para M_{200} en M_{\odot} , alrededor del valor arrojado por least square; el eje y es lo mismo pero para la concentración.

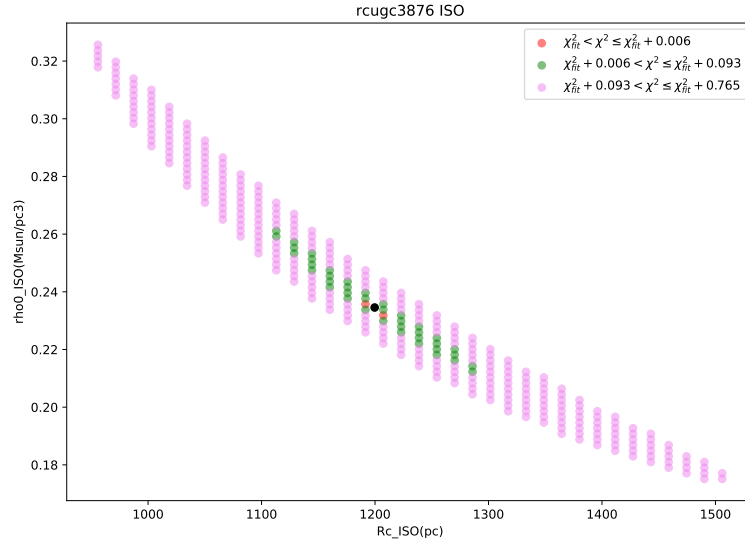
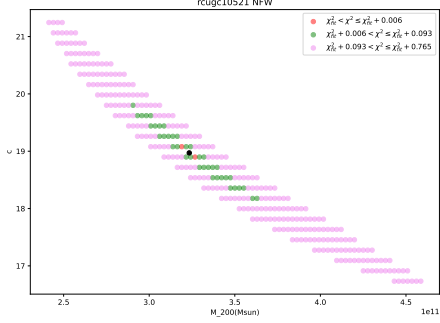
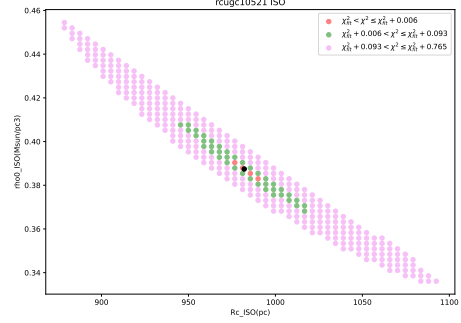


Figura 5: Intervalos de confianza para los parámetros encontrados mediante least square para el perfil ISO y para todos los datos ('r+a').

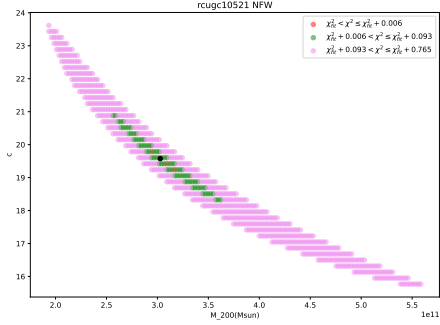
Tomando la galaxia 10521, las 6 gráficas obtenidas para los intervalos de confianza se ven en las Figuras 6.



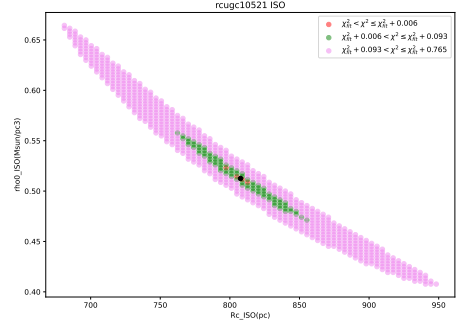
(a) Intervalos de confianza para perfil NFW, Side = 'r', para ID: 10521



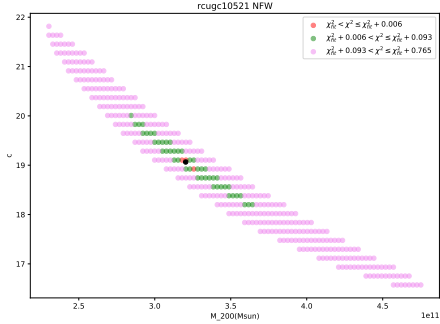
(b) Intervalos de confianza para perfil ISO, Side = 'r', para ID: 10521



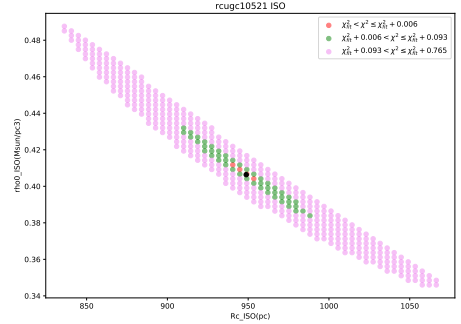
(c) Intervalos de confianza para perfil NFW, Side = 'a', para ID: 10521



(d) Intervalos de confianza para perfil ISO, Side = 'a', para ID: 10521



(e) Intervalos de confianza para perfil NFW, Side = 'r+a', para ID: 10521



(f) Intervalos de confianza para perfil ISO, Side = 'r+a', para ID: 10521

Figura 6: Intervalo de confianza para perfil NFW e ISO para la galaxia 10521

4. Conclusiones y Recomendaciones

Los resultados muestran que, en promedio, el perfil Pseudo-Isotérmico (ISO) provee un mejor ajuste tanto para los datos del side 'r', 'a' como también para los datos del side 'r+a'. También se obtuvo que entre todas las galaxias estudiadas, promediando los sides 'r', 'a' y 'r+a', el mejor ajuste corresponde a la galaxia 3876 con ambos perfiles. Se puede remarcar con los resultados obtenidos que el análisis de las curvas de rotación es sumamente sensible al grado de simetría axial que presentan las galaxias, además de que los errores en las mediciones de los datos eran, en algunos casos, del mismo orden de magnitud que la medida en sí.

Tanto para el perfil Navarro-Frenk-White (NFW) como para el Pseudo-Isotérmico (ISO) se obtienen valores de χ^2 reducido grandes para la mayoría de las galaxias, lo que implica que la contribución de la materia bariónica es importante, sin embargo para la galaxia 3876 se obtuvo un buen ajuste con ambos perfiles y se obtuvieron parámetros acordes a [5]. Finalmente, se puede decir, que si los ajustes se realizaran con un método más robusto que 'leastsq' se obtendrían mejores resultados tanto en los parámetros como en las curvas de ajuste.

5. Referencias

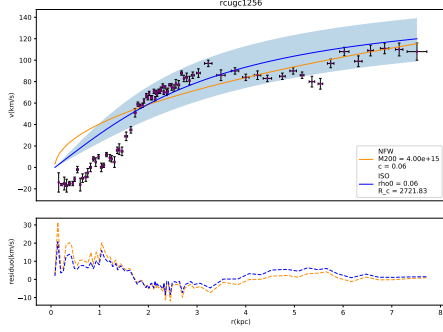
Referencias

- [1] B. Walsh. Introduction to Bayesian Analysis. Lecture Notes for EEB 596z, 2002.
- [2] Frederick James. Statistical methods in experimental physics. World Scientific, 2006.
- [3] Tapas Samanta Jayanta K. Ghosh, Mohan Delampady. An Introduction to Bayesian Analysis Theory and Methods. Springer, 2006.
- [4] Eric D Feigelson and G Jogesh Babu. Modern statistical methods for astronomy: with R applications. Cambridge University Press, 2012.
- [5] Juan C. B. Pineda, Christopher C. Hayward, Volker Springel, and Claudia Mendes de Oliveira. Rotation curve fitting and its fatal attraction to cores in realistically simulated galaxy observations. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 466(1):63–87, Nov 2016.
- [6] Juan Carlos Basto Pineda. Dark and Baryonic Matter in Spiral Galaxies: A Joint Analysis of Observations and Numerical Simulations. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2016.

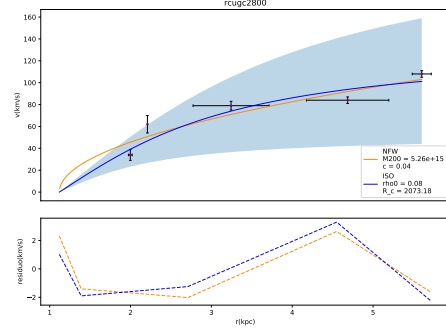
6. Anexos

Todas las gráficas se encuentran en https://gitmilab.redclara.net/martinezj/proyecto_materia_oscura

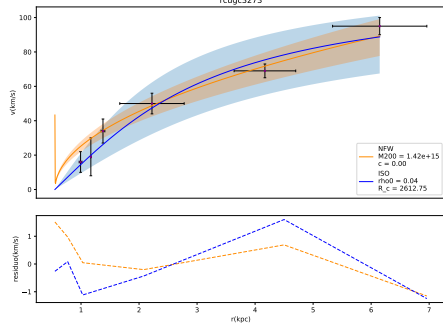
6.1. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'r'



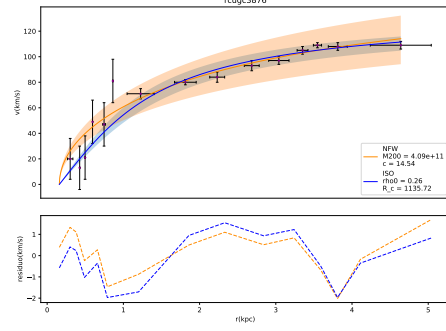
(a) Tabla 2 para ID: 1256



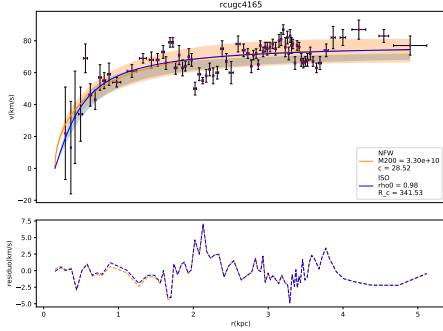
(b) Tabla 2 para ID: 2800



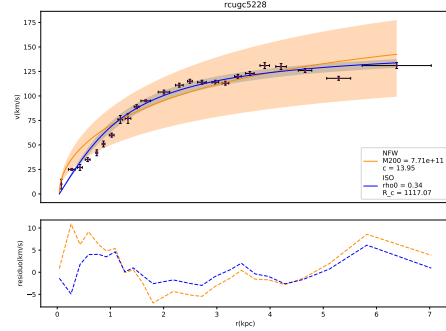
(c) Tabla 2 para ID: 3273



(d) Tabla 2 para ID: 3876

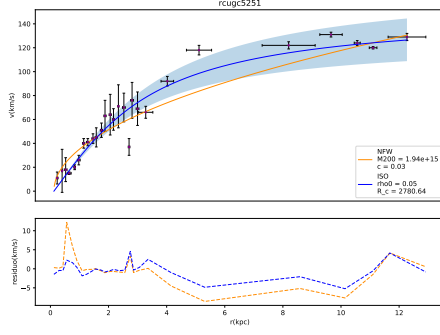


(e) Tabla 2 para ID: 4165

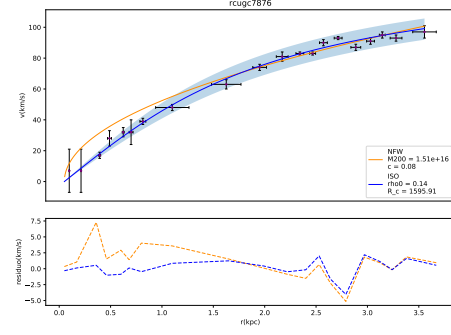


(f) Tabla 2 para ID: 5228

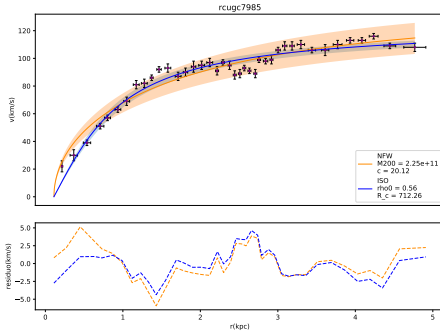
Figura 7: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r'. Galaxias 1256-5228



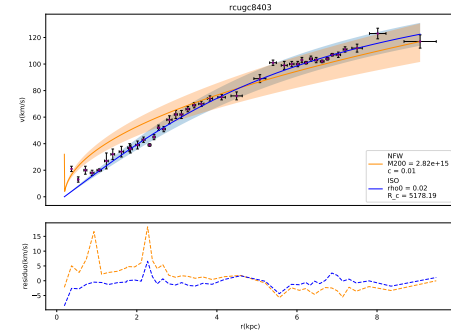
(a) Tabla 2 para ID: 5251



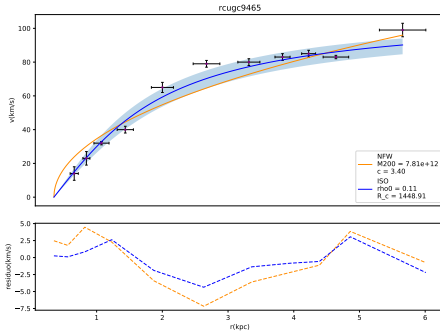
(b) Tabla 2 para ID: 7876



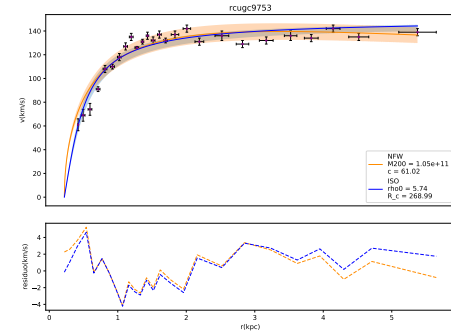
(c) Tabla 2 para ID: 7985



(d) Tabla 2 para ID: 8403

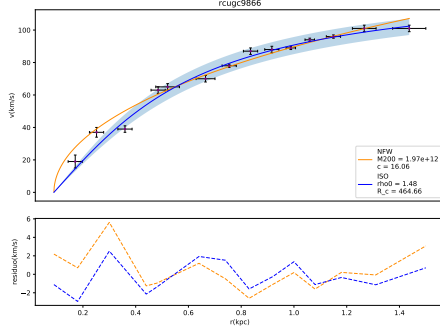


(e) Tabla 2 para ID: 9465

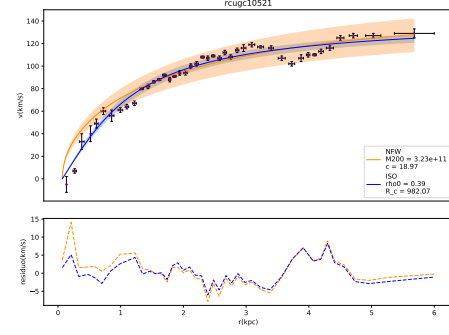


(f) Tabla 2 para ID: 9753

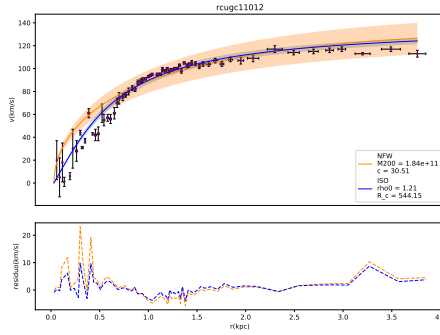
Figura 8: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r'. Galaxias 5251-9753



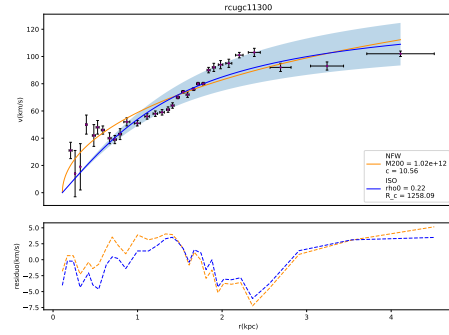
(a) Tabla 2 para ID: 9866



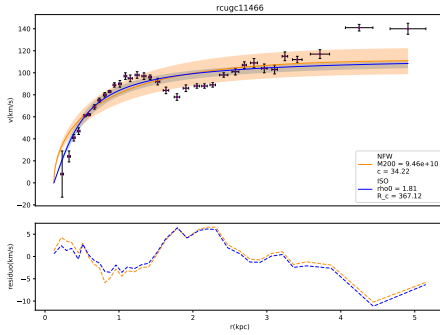
(b) Tabla 2 para ID: 10521



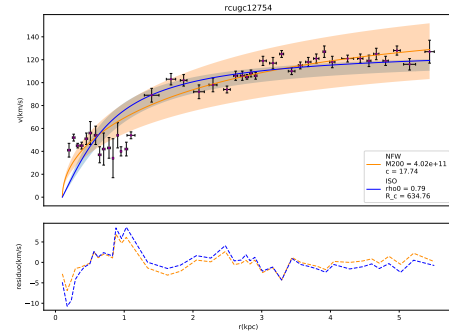
(c) Tabla 2 para ID: 11012



(d) Tabla 2 para ID: 11300



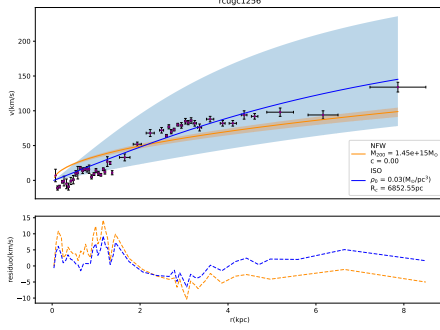
(e) Tabla 2 para ID: 11466



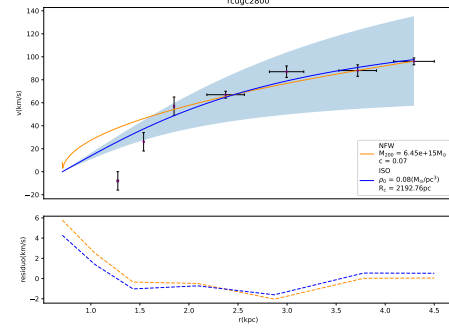
(f) Tabla 2 para ID: 12754

Figura 9: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r'. Galaxias 9866-12754

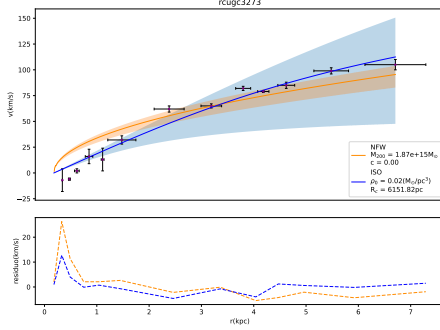
6.2. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'a'



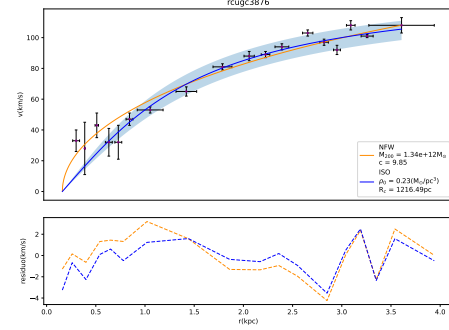
(a) Tabla 3 para ID: 1256



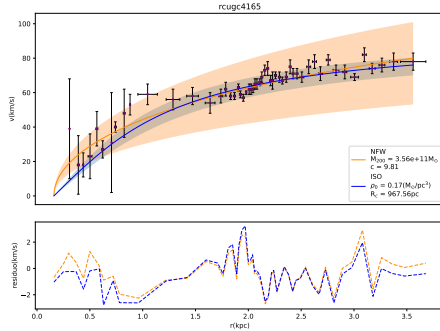
(b) Tabla 3 para ID: 2800



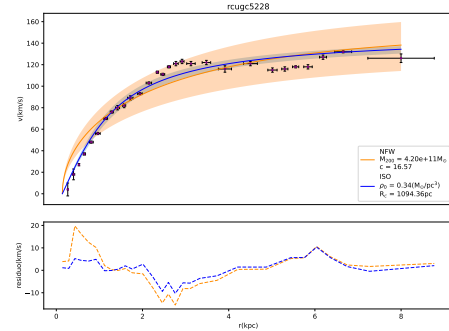
(c) Tabla 3 para ID: 3273



(d) Tabla 3 para ID: 3876

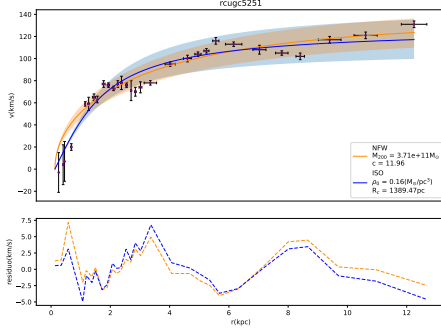


(e) Tabla 3 para ID: 4165

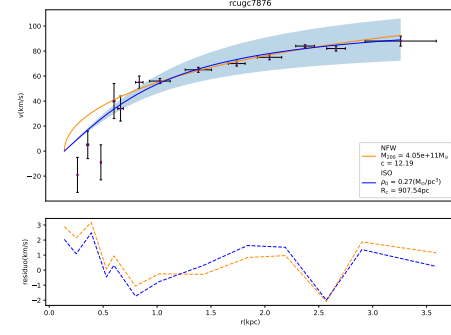


(f) Tabla 3 para ID: 5228

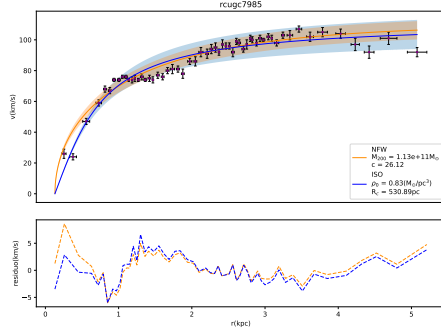
Figura 10: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'a'. Galaxias 1256-5228



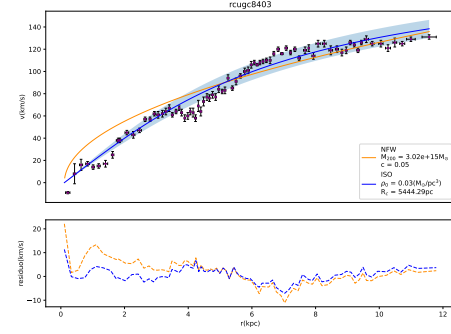
(a) Tabla 3 para ID: 5251



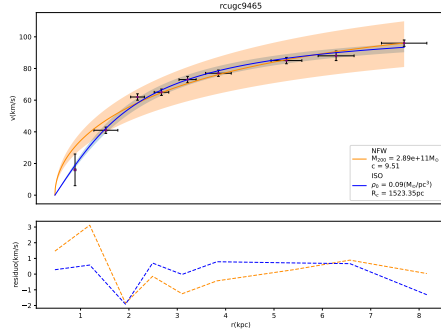
(b) Tabla 3 para ID: 7876



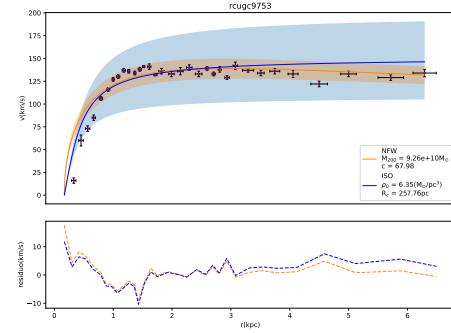
(c) Tabla 3 para ID: 7985



(d) Tabla 3 para ID: 8403

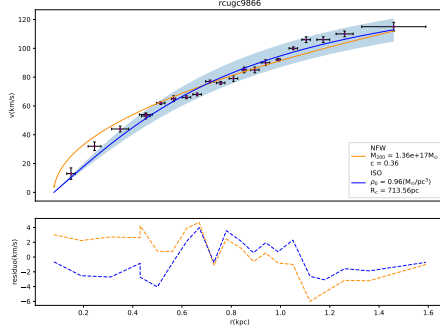


(e) Tabla 3 para ID: 9465

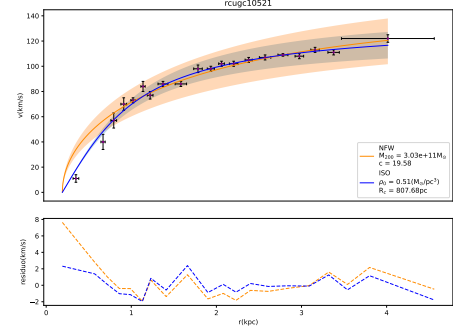


(f) Tabla 3 para ID: 9753

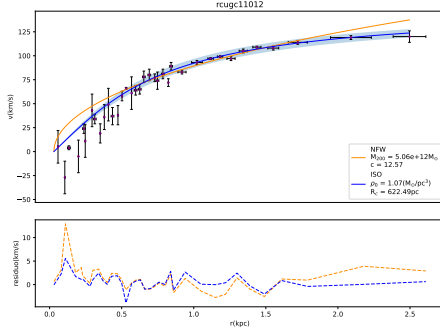
Figura 11: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'a'. Galaxias 5251-9753



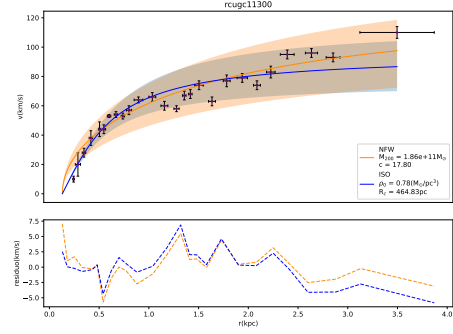
(a) Tabla 3 para ID: 9866



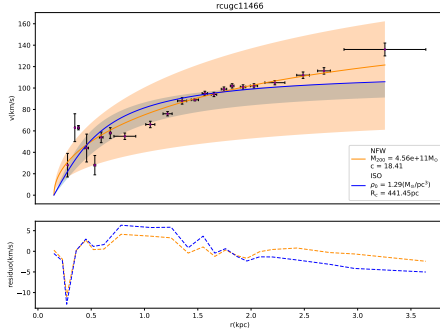
(b) Tabla 3 para ID: 10521



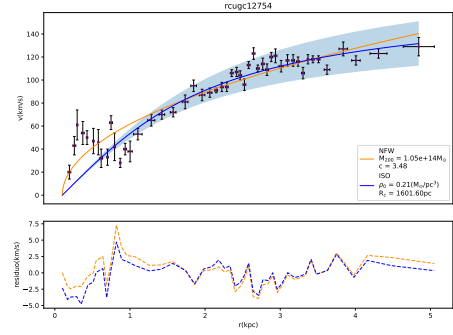
(c) Tabla 3 para ID: 11012



(d) Tabla 3 para ID: 11300



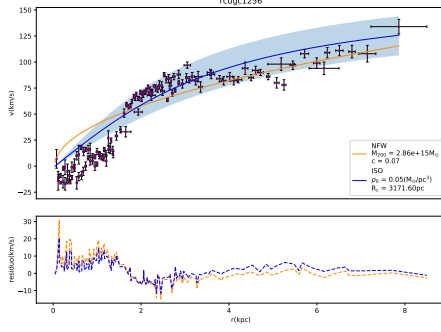
(e) Tabla 3 para ID: 11466



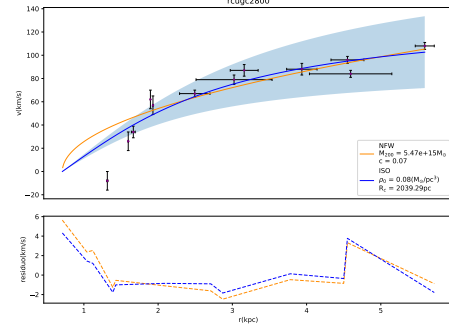
(f) Tabla 3 para ID: 12754

Figura 12: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'a'. Galaxias 9866-12754

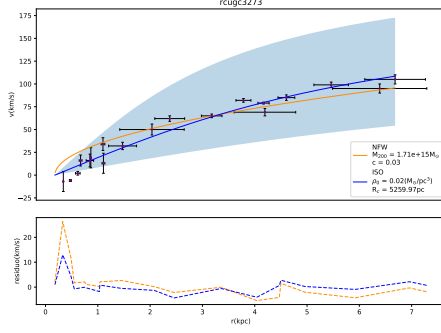
6.3. Gráficas de ajustes para cada galaxia. Side = 'r+a'



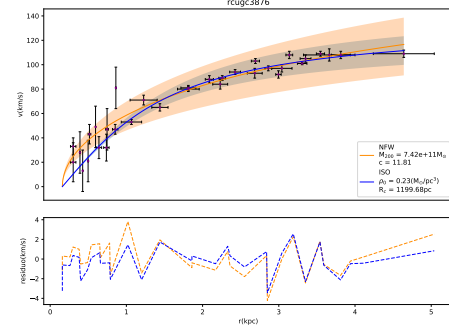
(a) Tabla 4 para ID: 1256



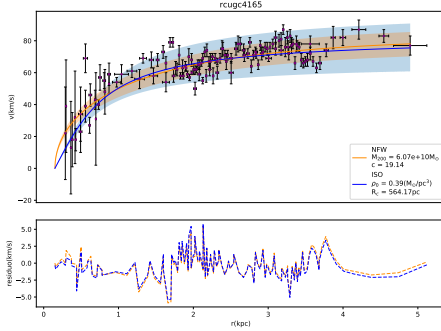
(b) Tabla 4 para ID: 2800



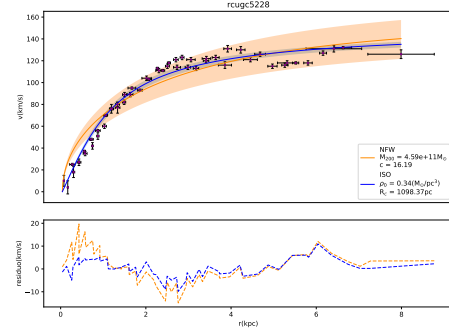
(c) Tabla 4 para ID: 3273



(d) Tabla 4 para ID: 3876

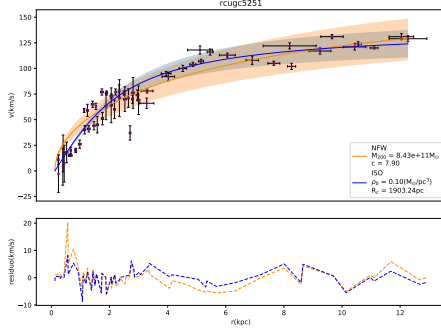


(e) Tabla 4 para ID: 4165

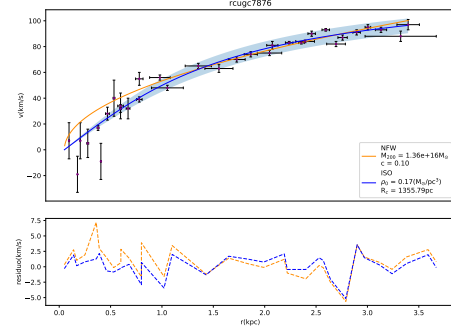


(f) Tabla 4 para ID: 5228

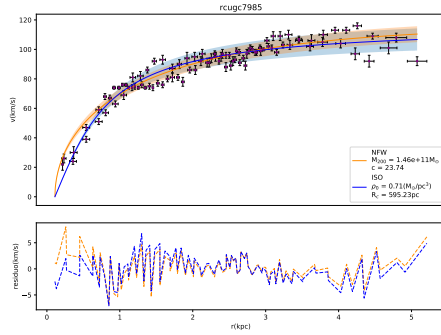
Figura 13: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r+ a'. Galaxias 1256-5228



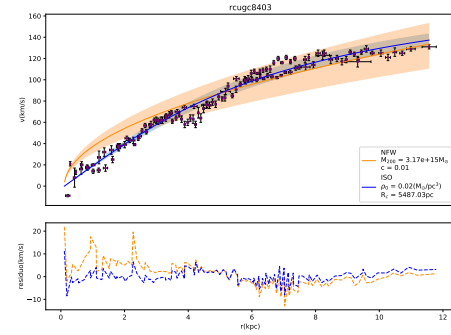
(a) Tabla 4 para ID: 5251



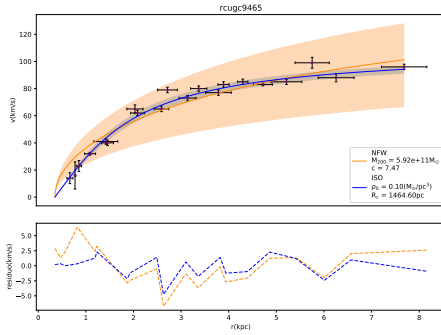
(b) Tabla 4 para ID: 7876



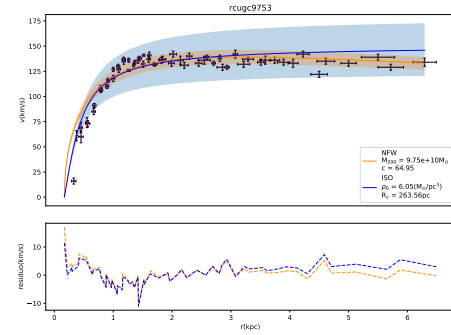
(c) Tabla 4 para ID: 7985



(d) Tabla 4 para ID: 8403

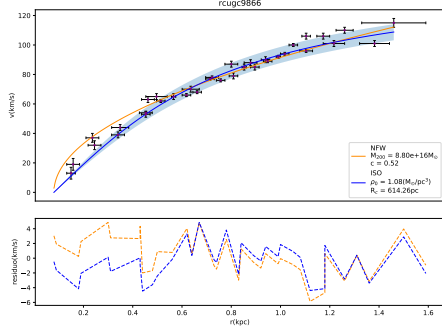


(e) Tabla 4 para ID: 9465

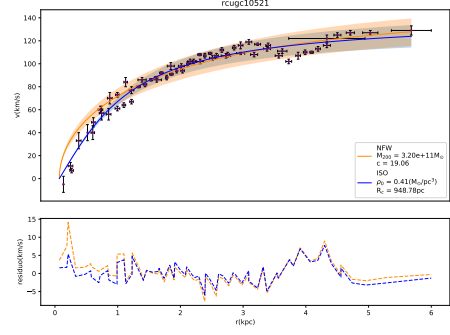


(f) Tabla 4 para ID: 9753

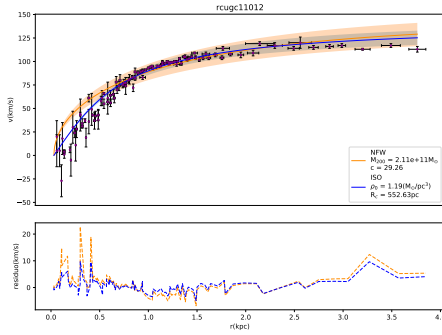
Figura 14: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r+a'. Galaxias 5251-9753



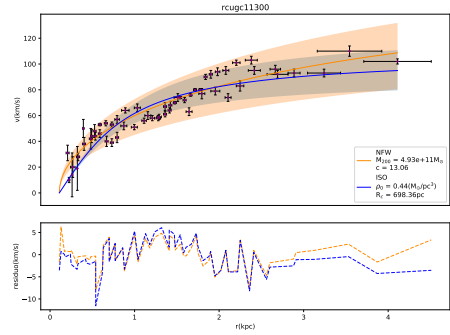
(a) Tabla 4 para ID: 9866



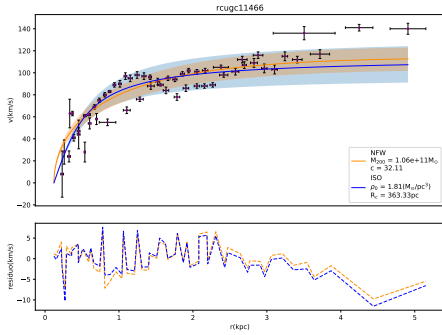
(b) Tabla 4 para ID: 10521



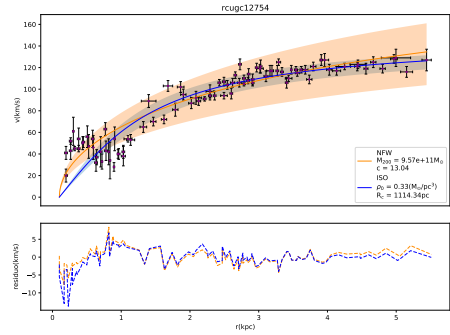
(c) Tabla 4 para ID: 11012



(d) Tabla 4 para ID: 11300



(e) Tabla 4 para ID: 11466



(f) Tabla 4 para ID: 12754

Figura 15: Gráficas de ajustes para cada galaxia. Size = 'r+a'. Galaxias 9866-12754