



Módulo de Astro partículas y Cosmología

Práctica Sistemas Complejos: Péndulo Doble
LA-CoNGA
2022

Jaime Betancourt (UIS)
17 de abril de 2022

- (1) ¿Cuál es el efecto que hace que los rayos cósmicos de muy baja energía no puedan penetrar hasta la superficie de nuestro planeta?

Como respuesta podríamos mencionar lo siguiente:

- a. La Tierra está protegida por un campo magnético (campo magnético terrestre) que hace que las partículas cargadas reboten de un polo al otro, por tal razón la mayor intensidad de las partículas que alcanzan el suelo ocurre en los polos. Por lo tanto el campo magnético terrestre nos protege de las erupciones solares atmosféricas.
- b. Las partículas que no tienen la suficiente energía interactúan con la atmósfera terrestre y son absorbidas por la atmosfera.

En particular, ¿cuál es la mínima energía que debe tener un protón para poder ser detectado por un experimento a una latitud cero?

Debido a que la latitud proporciona la localización de un lugar en la superficie de la tierra, en dirección Norte o Sur desde el Ecuador y se expresa en medidas angulares que va desde 0° en el Ecuador hasta 90° N, del polo norte o los 90° S del polo Sur. Significa que habría que preguntarse ¿Cuál es la mínima energía que debería tener el protón proveniente del espacio para ser detectado en parte superior de la atmosfera, por encima del Ecuador?, Pero también en relación con la respuesta anterior, a mayor latitud mayor cantidad de protones. Además si se observa el espectro de energía como se ve en la figura 1, el rango de energía cinética estaría entre 0.1 GeV a 1 GeV .

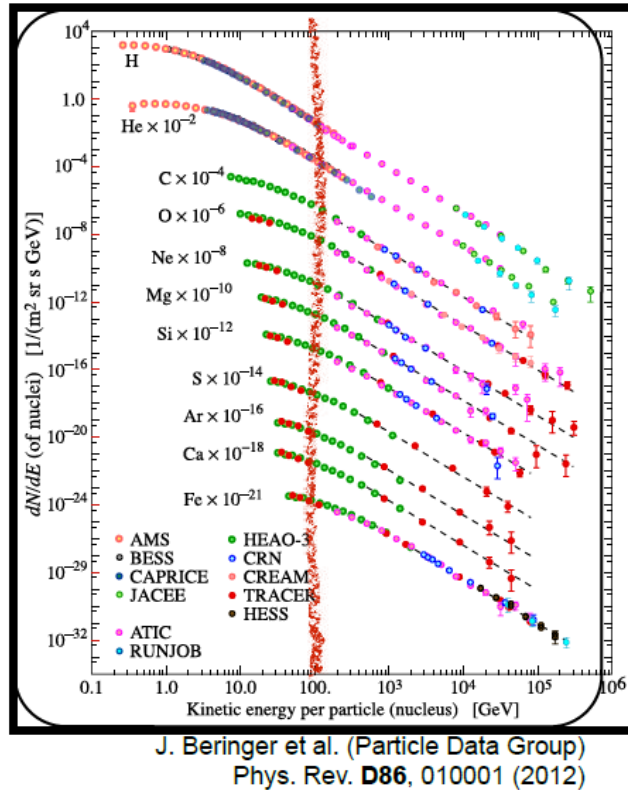


Figura 1: Espectro de Rayos C3smicos en energa (Tomado de las notas de clase: Profesor Miguel Mostaf3).

- (2) . ¿Pueden los remanentes de supernovas en general acelerar protones hasta 10^{20} eV? Sea tan cuantitativos como sea posible.

Para contestar esta pregunta en primer lugar vamos a definir el concepto de remanente de supernova:

Un resto de supernova o remanente de supernova (SNR por sus siglas en ingl3s) es la estructura nebulosa que resulta de la gigantesca explosi3n de una estrella como supernova. El resto de supernova est3 rodeado por una onda de choque en expansi3n que se conforma del material eyectado por la explosi3n y de material interestelar barrido y arrastrado durante el proceso.

https://es.wikipedia.org/wiki/Resto_de_supernova#:~:text=Un%20resto%20de%20supernova%20o,de%20una%20estrella%20como%20supernova

Los mecanismos de aceleraci3n para llevar partculas muy por encima de los 10^{18} eV a3n no est3n bien establecidos. Sin embargo, es posible utilizar argumentos muy sencillos para caracterizar las posibles fuentes. Hillas [17] consider3 que para que una partcula pueda ser acelerada debe primero ser confinada a una regi3n de aceleraci3n. La energa m3xima que una partcula

con carga Z y velocidad β puede alcanzar en una región de campo magnético B y tamaño L antes de escapar es:

$$E_{max} = \beta ZBL$$

Esta relación es la base de la figura 2, conocida como “el gráfico de Hillas”.

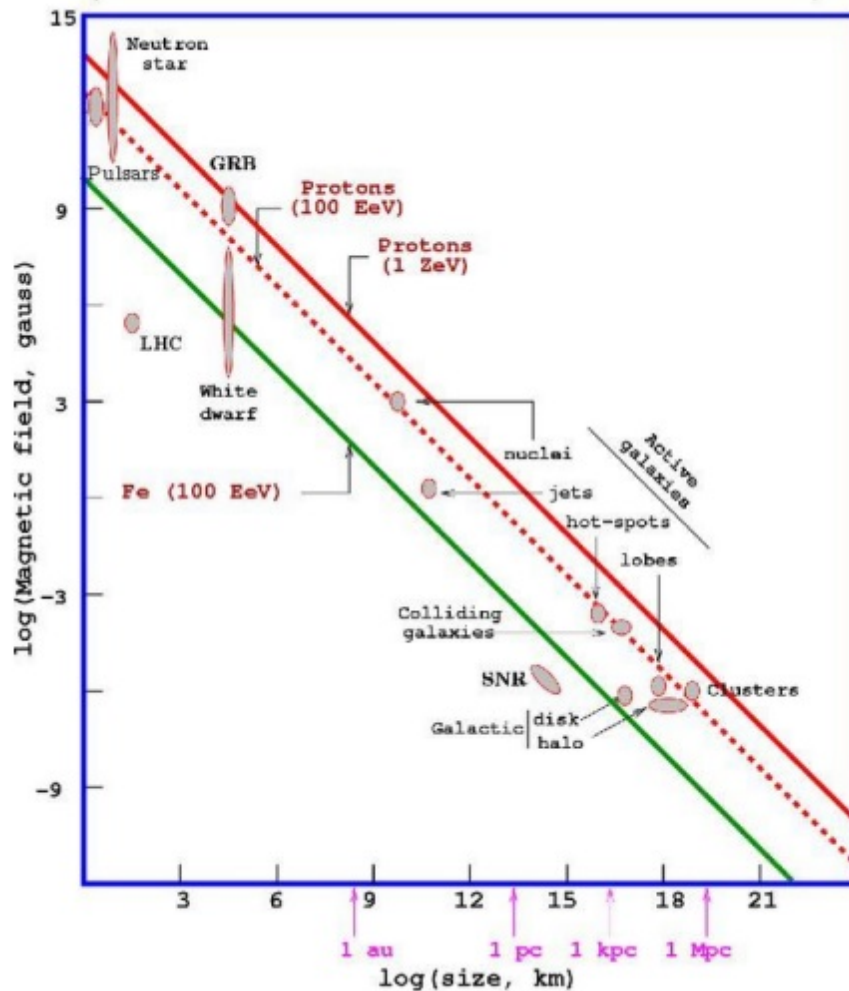


Figura 2: Relación de Hillas, para determinar relación entre mecanismos de aceleración de partículas cósmicas (A. M. Hillas 1984 Ann. Rev. Astron. Astrophys., 22, p. 425.)

Este gráfico muestra que para alcanzar una energía dada es necesario disponer de grandes lugares de aceleración o de grandes campos magnéticos. Sólo unos pocos objetos astrofísicos como las **galaxias activas**, **los puntos calientes de radiogalaxias** y **objetos compactos como las estrellas de neutrones y las explosiones gamma**, satisfacen las condiciones necesarias para acelerar protones hasta 10^{20} eV (esto es, quedan a la derecha de la línea diagonal punteada de la figura 1).

Para un proton:

$$Z = 1$$

La línea de color rojo de la figura representa protones acelerados a 10^{20} eV. Por lo tanto todos los sistemas que están en la línea roja o por encima son los que pueden acelerar protones hasta esta energía.

Para resolver el problema usamos la grafica de Hillas, y escalamos como se muestra en la figura 3.a y medimos con una regla diseñada para tal fin como se indica en la figura 3.b.

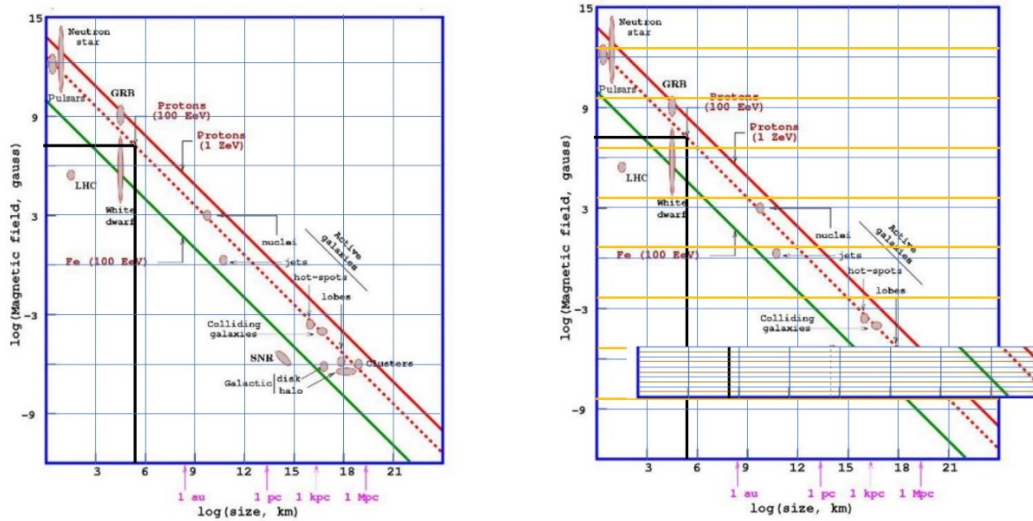


Figura 3: Figura 3.a: Se ubica la gráfica de Hillas en una cuadrícula de acuerdo con los datos que suministra. 3.b. Luego se utiliza una escala con las mismas dimensiones de los datos para determinar los datos de los ejes correspondiente a la línea recta punteada para protones de 100 EeV.

A partir de las medidas los resultados se indican en la tabla 1:

Log(L, KM)	Log (B, GAUSS)
3	9,7
6	6,7
9	2,7
12	1,7
15	-2,4
18	-5,4
21	-8,4

Tabla 1: Datos resultados de escalar la relación de Hillas.

Con estos datos realizamos un ajuste lineal simple, usando una hoja de cálculo como el Excel:

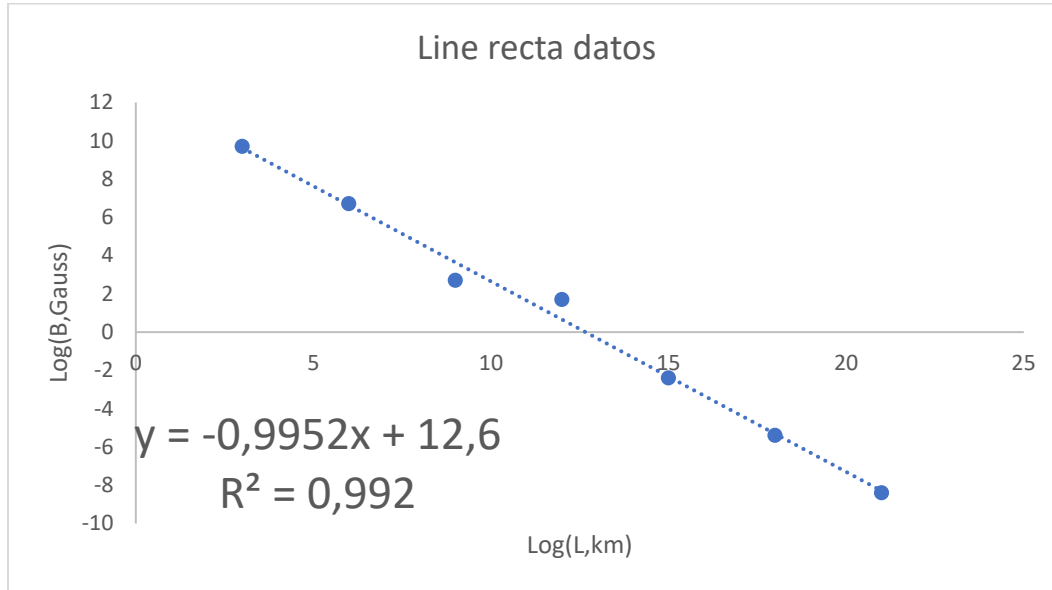


Figura 4: Grafica obtenida con los datos de la tabla 1, ecuación obtenida para el ajuste.

Con esta ecuación obtuvimos los datos para un resto de supernova o remanente de supernova (SNR) y los datos fueron:

$$\text{Log}(B) = -5.7$$

$$\text{Log}(L) = 14.6$$

Lo que muestra claramente que está por debajo de la línea roja lo que indica que no puede generar suficiente aceleración a los protones para alcanzar la línea roja.

(3) ¿Cuál es el principal argumento para rechazar la hipótesis que los rayos cósmicos con energías superiores a 10^{19} eV son de origen galáctico?

Los científicos han llamado a los rayos cósmicos de energía extrema (*Extreme Energy Cosmic Rays* - EECR), que corresponde a los eventos con energía por encima de 10^{18} eV (1 EeV). Otros autores utilizan UHECR para denominar a los rayos cósmicos con energía mayor a 10^{18} eV.

Los campos magnéticos desvían la trayectoria de los rayos cósmicos. El radio de curvatura para un protón de 10^{18} eV en el campo magnético de la galaxia es del orden del ancho de la misma (1 kpc). Esto implica que por

debajo de esa energía las partículas quedan confinadas en el disco de la galaxia, viajando eternamente dentro de ella hasta encontrar una molécula con la que interactuar. Es por esto que se cree que la gran mayoría de los rayos cósmicos por debajo de 10^{18} eV recibidos en la Tierra deben tener origen galáctico, probablemente producidos por supernovas u otros objetos aún más energéticos capaces de acelerar partículas hasta estas energías.

Partículas con energía mayor a 10^{18} eV tienen un radio de curvatura mayor al espesor del disco galáctico y escapan del mismo, por lo que tendrán una probabilidad baja de llegar a nuestro planeta y ser detectadas. Los rayos cósmicos de energía extrema detectados en la Tierra deben entonces tener, al menos en su gran mayoría, un origen extra-galáctico.

- (4) Usando el gráfico presentado en clase [J. Beringer et al. (Particle Data Group) Phys. Rev. D86, 010001 (2012)], ¿cuál es la fracción de rayos cósmicos livianos a 100 GeV? Es decir, el porcentaje de protones y núcleos de He con respecto al total de los rayos cósmicos a esa energía.

Revisando la figura 5 El total de partículas a 100GeV, es de $1 \frac{\text{partícula}}{\text{m}^2 \text{ssr}}$.

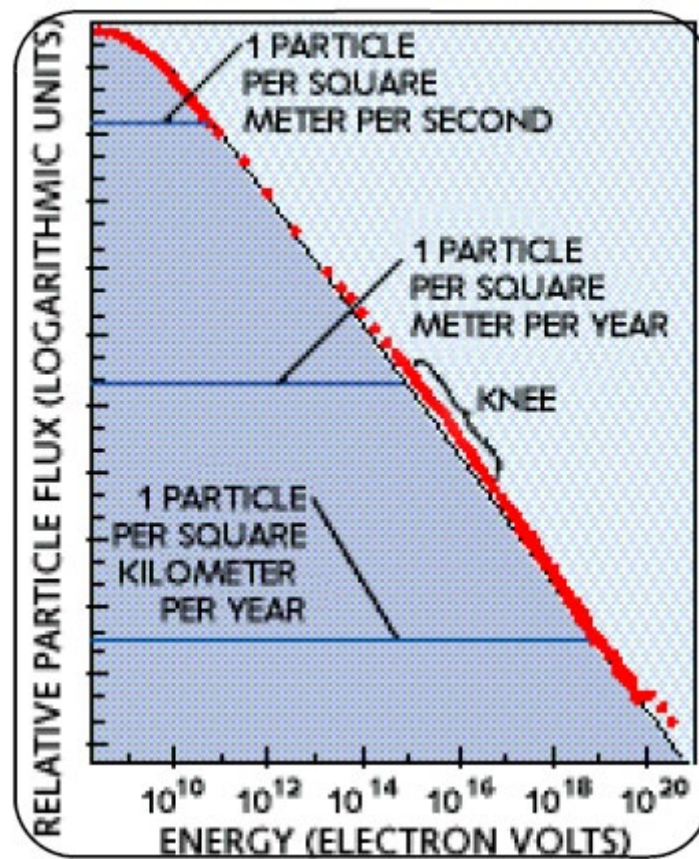


Figura 5: Numero total de partículas por metro, cuadrado por según y estroradian.

Revisamos la figura 6, encontramos que a energías de 100 GeV ingresan a la atmosfera $10^{-1} \frac{\text{protones}}{\text{m}^2 \text{s sr}}$ y $10^{-5} \frac{\text{particulas}}{\text{m}^2 \text{s sr}}$. Comparando encontramos los siguientes porcentajes:

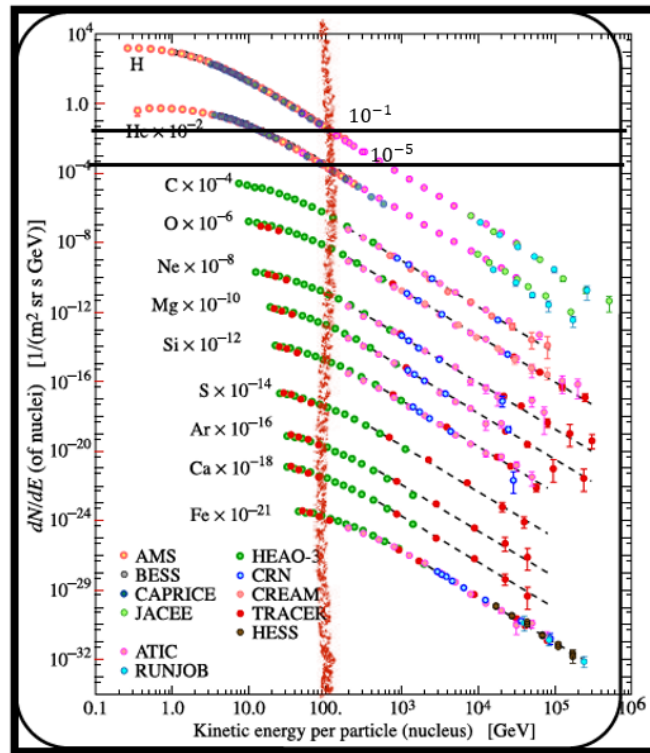
$$\frac{\text{Total}}{\text{protones}} = \frac{1 \frac{\text{particula}}{\text{m}^2 \text{s sr}}}{10^{-1} \frac{\text{protones}}{\text{m}^2 \text{s sr}}} = 10$$

1 *proton por cada 10 partículas*, es decir el número de protones que ingresan a la atmosfera corresponde al 10% del total de partículas.

Para el caso de átomos de helio tenemos:

$$\frac{\text{Total}}{\text{protones}} = \frac{1 \frac{\text{particula}}{\text{m}^2 \text{s sr}}}{10^{-5} \frac{\text{protones}}{\text{m}^2 \text{s sr}}} = 10^5 = 100000$$

Ósea se necesitan 100000 partículas para que sea aparezca un átomo de helio con una energía de 100 GeV en la atmosfera por metro cuadrado por segundo y por estero radian. Esta cantidad equivale al 0.001%.



J. Beringer et al. (Particle Data Group)
Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012)

Figura 6: Numero de partículas por metro, cuadrado por según y estroradian

- (5) ¿Cuál es la componente electrónica primaria a energías de varios GeV?, ¿qué fracción son electrones y qué fracción son positrones?

COMPOSICIÓN DE LOS RAYOS COSMICOS PRIMARIOS

En la tabla 2 se muestran las abundancias relativas de los elementos encontrados en la radiación cósmica primaria. Los núcleos de todos estos elementos se encuentran completamente desprovistos de sus electrones, ya que partículas cargadas con tan altas energías llegan a perderlos por un proceso de ionización inversa al atravesar pequeñas cantidades de materia. Los diferentes grupos se identifican de acuerdo con el número atómico (Z); la nomenclatura usada sigue el siguiente esquema: hidrógeno ($Z = 1$); helio ($Z = 2$); elementos *ligeros* ($Z = 3-5$), L; elementos *medianos* ($Z = 6-9$), M; y los *pesados* ($Z > 10$), H. Subgrupos del último son el de los elementos *muy pesados* ($Z = 20-30$), VH; y los recién detectados VVH ($Z = 31-92$); elementos más pesados que los del grupo de hierro y que llegan hasta los elementos transuránicos, han sido denominados *superpesados* ($Z \approx 100$), SH.

En algunas ocasiones, a todos aquellos núcleos con carga múltiple se les denomina núcleos pesados, para distinguirlos de los protones, ya que están cargados por una razón masa a carga $A/Z \approx 2$, mientras que para los protones $A/Z = 1$.²⁴

En el cuadro también hemos incluido las abundancias generales de los elementos en el Universo, de acuerdo con estimaciones basadas en diversas observaciones astronómicas tales como: espectros estelares, composiciones meteóricas, etc. La comparación de las abundancias de los elementos en los rayos cósmicos con las existentes en el Universo tiene, como veremos más adelante, importantes implicaciones con respecto a la historia de la vida de los rayos cósmicos.

Con respecto a la componente electrónica primaria, la cual constituye un pequeño porcentaje (aproximadamente el 1%) de los rayos cósmicos que llegan al tope de la atmósfera, parecen predominar partículas cargadas negativamente. A energías de varios GeV, la fracción de positrones es únicamente del orden de 10%.

Grupo	Elemento	Número atómico Z	Porcentaje de abundancia de los RC	Porcentaje de abundancia cósmica AC	Razón RC / AC
Protón	H	1	93	90.7	1
Alfa	He	2	6.3	9.1	0.7
L	Li, Be, B	3 - 5	0.10	4×10^{-7}	3×10^5
M	C, N, O, F	6 - 9	0.42	0.14	3
H	Ne - K	10 - 19	0.14	0.054	10
VH	Ca - Zn	20 - 30	0.04	2×10^{-3}	20
VVH	Ga - U	31 - 92	2×10^{-6}	10^{-6}	2
SH	> U	110	?	?	?

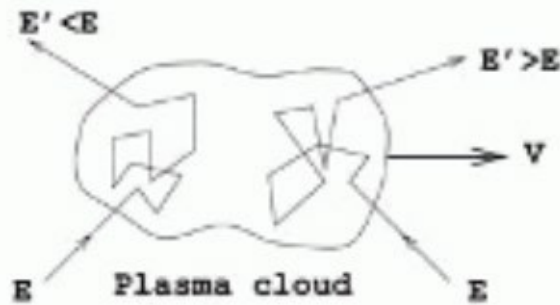
Tabla 2: Abundancias relativas de los elementos de la radiación cósmica primaria y en el Universo. La composición de los rayos cósmicos se refiere a núcleos que tienen la misma energía por nucleón (<https://mattermost.redclara.net/edu-la-conga/channels/fisica-medica>).

- (6) La primera teoría cuantitativa que hizo predicciones capaces de ser comparadas con las observaciones fue la que Enrico Fermi formuló en 1949 basada en el principio de que las partículas cargadas pueden ganar energía al chocar con nubes magnetizadas de velocidades distribuidas al azar. ¿Cuáles son los problemas que presenta este modelo?.

En el modelo de Enrico Fermi (partículas cargadas ganan energía al chocar con nubes que confinan campos magnéticos) las partículas son aceleradas aleatoriamente en el campo magnético turbulento de nubes de gas interestelar en movimiento. El problema está enfocado en la eficiencia (Este mecanismo predice naturalmente una ley de potencia del espectro energético, pero el índice de potencia depende de los detalles del modelo y no daría lugar a una ley de potencia universal para rayos cósmicos que llegan desde todas direcciones). La eficiencia del proceso varía con el cuadrado de la velocidad de la nube, por lo que se conoce como **mecanismo de Fermi de segundo orden**.

Este mecanismo es muy poco eficiente pues la velocidad de la nube es baja comparada con la velocidad de la luz ($\beta \leq 10^{-4}$, la ganancia de energía es baja $\Delta E \sim E\beta^2$) y rápidamente la ganancia en energía es equilibrada por las pérdidas por ionización y radiación de frenado que tienen lugar cuando la partícula cambia su trayectoria (ver figura 7). En forma mas clara: Las partículas implicadas en las colisiones frontales (que son mas probables) ganarán energía y las implicadas en las colisiones traseras perderán energía.

2nd order :
randomly distributed magnetic mirrors

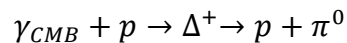


$$\frac{\Delta E}{E} \sim \beta^2 \quad \beta = \frac{V}{c} \lesssim 10^{-4}$$

[Slow and inefficient]

Figura 7: Modelo de Enrico Fermi , para acelerar partículas cargadas mediante choques con nubes que contienen campos magnéticos.

- (7) El límite GZK se debe a las interacciones entre los rayos cósmicos de ultra alta energía y los fotones del fondo cósmico de microondas (CMB), CMB, produciendo piones mediante la resonancia del barión Δ . Por ejemplo:



Calcula la energía umbral de un protón para que este proceso sea posible.

En el fondo de microondas los fotones tienen energía promedio casi cero, porque su temperatura es de $T = 2.73 \text{ }^\circ\text{K} = 2.35 \times 10^{-4} \text{ eV}$.

Para generar en la tierra un proceso descrito por la ecuación: $\gamma_{CMB} + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow p + \pi^0$. Se necesita acelerar fotones a muy altas energías y hacerlos colisionar con un protón en reposo. De esta manera se logra la energía de centro de masa del sistema. En cambio en el ambiente cósmico son los fotones los que se encuentran a baja energía (en reposo) y son colisionados con protones de ultra alta energía para producir la partícula Δ en un estado de resonancia, para luego decaer en un protón y un pion. Necesitamos averiguar cuál es el valor mínimo de energía que debe traer el protón para colisionar con los fotones de fondo de microondas y obtener el Δ^+ ($masa_{inv} = 1.232 \pm 1 (\text{GeV}/c^2)$).

Para calcular la energía umbral con la que tiene que colisionar el protón con el fotón, consideramos, en términos cinemáticos Relativistas, los cuadrimomentos:

$$p \rightarrow (E_p, \vec{p}_p)$$

$$\gamma_{CMB} \rightarrow (\omega, \vec{p}_\gamma)$$

Calculamos la masa invariante del estado inicial:

$$S_{inicial} = (E_p + \omega)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_\gamma)^2 = E_p^2 + \omega^2 + 2E_p\omega - p_p^2 - p_\gamma^2 - 2\vec{p}_p \cdot \vec{p}_\gamma$$

Donde aplicando el concepto de que $E^2 = p^2 + m^2$ y $\vec{p}_p = E_p \vec{\beta}_p$:

$$S_{inicial} = (E_p + \omega)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_\gamma)^2 = m_p^2 + \omega^2 + 2E_p\omega - p_p^2 - p_\gamma^2 - 2p_p p_\gamma \cos\theta$$

Recordado que $\omega^2 - p_\gamma^2 = m_\gamma^2 = 0$:

$$S_{inicial} = (E_p + \omega)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_\gamma)^2 = m_p^2 + 2E_p\omega - 2E_p\beta_p \cos\theta$$

Para el estado final que corresponde al estado de la partícula delta en estado de resonancia, se escribe:

$$S_{final} = (E_p + \omega)^2 - (\vec{p}_p + \vec{p}_\gamma)^2 = m_\Delta^2 + 2E_p\omega - 2E_p\beta_p \cos\theta = m_\Delta^2$$

Despejando la energía inicial del protón tenemos;

$$E_p = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2}{2\omega(1 - \cos\theta)}$$

Como se está considerando la energía umbral para que se produzca el fuerte decaimiento (Cut-off GZK) el denominador ha de ser máximo ($\theta = \pi$) y resulta razonable suponer $E_p \simeq P_p$ por tratarse de un caso a ultra alta energía. Los cálculos se realizan en el sistema de centro de masa. El resultado será:

$$E_p = \frac{1232^2 - 938^2}{2 \times 1.2 \times 1.2^{-15} (1 - \cos\pi)} = 1.33 \times 10^{20} \text{ eV}.$$

- (8) El experimento AGASA detectó 11 rayos cósmicos con energías superiores a 10^{20} eV en sus 10 años de operación. Si este flujo es correcto, ¿cuántos rayos cósmicos de esa misma energía debería haber visto el observatorio Pierre Auger desde 2007 hasta hoy? Compara tu resultado con la publicación más reciente de la colaboración Auger.

El experimento AGASA tenía un área de 100 km^2 y funcionó durante 10 años con un flujo total de 11 rayos a energías superiores de 10^{20} eV .

Adicionalmente se menciona en las publicaciones sobre este tema que el flujo de estos rayos es muy reducido, es menos de 1 rayo cósmico por km^2 y por siglo (<http://tux.iar.unlp.edu.ar/divulgacion/art-difu-32.htm>). Siguiendo este esquema considerando de que el flujo es de un rayo cósmico por cada 100 años y un km^2 .

$1 \text{ rayo} \rightarrow \text{km}^2 \rightarrow 100 \text{ años}$: Información suministrada por investigadores.
 $0.01 \text{ rayo} \rightarrow \text{km}^2 \rightarrow \text{año}$: Dividiendo entre 100 llegamos a esta expresión.
 $1 \text{ rayo} \rightarrow 100 \text{ km}^2 \rightarrow \text{año}$: Multiplicamos por 100.
 $10 \text{ rayos} \rightarrow 100 \text{ km}^2 \rightarrow 10 \text{ años}$: Este sería el flujo total para AGASSA

Siguiente por este camino de reflexión para el experimento Pierre Auger, tenemos:

$1 \text{ rayo} \rightarrow 100 \text{ km}^2 \rightarrow \text{año}$: Información de investigadores.

$10 \text{ rayos} \rightarrow 100 \text{ km}^2 \rightarrow 10 \text{ años}$: Multiplicamos por 10 años de funcionamiento.
 $300 \text{ rayos} \rightarrow 3000 \text{ km}^2 \rightarrow 10 \text{ años}$: Multiplicamos por 30 porque el área de Pierre Auger es aproximadamente de 3000 km^2 .

- (9) La observación de partículas extremadamente energéticas incentivó a la creación de modelos alternativos basados en la desintegración de partículas supermasivas, conocidos como modelos “top-Down”. ¿Qué resultado(s) experimental(es) pone(n) las restricciones más fuertes en estos modelos?

Los modelos top-down (arriba hacia abajo). Este asociado a decaimientos de partículas muy masivas que no habían sido detectadas en la tierra. Las partículas son tan masivas que los productos del decaimiento nacen con estas energías.

La pregunta a resolver ahora es ¿Es un mecanismo de aceleración o es un decaimiento?, es decir tenemos que construir detectores que midan el mecanismo de decaimiento de estas partículas. Pero además tenemos que saber que las energías que manejamos son muy altas 10^{20} eV , analizando el flujo de estas partículas como ya lo hemos mencionado es de:

$1 \text{ rayo} \rightarrow \text{km}^2 \rightarrow 100 \text{ años}$

Ósea de un rayo cósmico por km^2 por cada 100 años. Tengo que jugar con las herramientas que tengo, de la siguiente manera:

Para detectar 1 rayo, necesito distribuir detectores de estas partículas en un área de 1 km^2 y esperar 100 años para detectar una partícula.

O puedo pensar de esta forma en aumentar el área de detección de partículas, pero si el experimento Pierre Auger tiene 3000 km^2 , registra 30 rayos por año, necesitaría un área superficial mayor.

Las limitaciones son tiempo de exposición y área de exposición.

- (10) ¿Por qué no hay un estudio de anisotropía para energías por encima de $5 \times 10^{19} \text{ eV}$ hecho sólo con rayos cósmicos con un alto valor de X_{max} ? (Es decir, rayos cósmicos). Por que no se tiene el suficiente tiempo de medición y el experimento con un área grande de detección.