

# Determinación de la aceleración de la gravedad mediante un péndulo

Luis Gabriel Flórez- Rafael Isaacs- Andrés Pinto

25 de julio de 2023

## Contents

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>2</b>
2.1	Péndulo . . . . .	2
2.2	Periodo de Oscilación . . . . .	2
2.3	Ecuaciones del Movimiento . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Metodología</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Resultados y Profundización en Ondas Gravitacionales</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Resultados Aleatorios de la Medición de la Gravedad y Desviación Estándar</b>	<b>5</b>
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>6</b>
<b>8</b>	<b>Recomendaciones</b>	<b>6</b>
<b>9</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>7</b>
<b>10</b>	<b>Imágenes</b>	<b>7</b>

## 1 Introducción

En este proyecto, se abordará el desafío de determinar con precisión la aceleración de la gravedad en nuestro entorno, específicamente en la ciudad de Bucaramanga. Para ello, se empleará un péndulo y se explorará cómo factores como la longitud, la masa y el ángulo de oscilación influyen en su período de oscilación. El objetivo final es no solo obtener una estimación confiable de la gravedad, sino también destacar entre los estudiantes de nuestro curso.

---

## 2 Marco Teórico

### 2.1 Péndulo

Un péndulo es un objeto colgado de un punto de soporte que puede oscilar libremente. Cuando se desplaza lateralmente desde su posición de reposo y equilibrio, está sujeto a una fuerza restauradora debido a la gravedad, que lo acelerará hacia la posición de equilibrio. Al ser liberado, la fuerza restauradora que actúa sobre la masa del péndulo hace que oscile alrededor de la posición de equilibrio, moviéndose hacia adelante y hacia atrás. El tiempo necesario para completar un ciclo completo, que incluye un movimiento hacia la izquierda y luego hacia la derecha, se conoce como período. El período depende de la longitud del péndulo y también, en cierta medida, de la amplitud, que es la anchura de oscilación del péndulo [1].

### 2.2 Periodo de Oscilación

El período de un péndulo es el tiempo que le toma completar un ciclo completo de oscilación, es decir, el tiempo que tarda en ir desde una posición inicial, pasar por el punto de equilibrio, llegar a la posición opuesta y luego regresar al punto de equilibrio nuevamente. El período de oscilación del péndulo depende de tres factores principales: su longitud, la fuerza de la gravedad en la ubicación donde se encuentra y, en menor medida, del ángulo máximo al que se desplaza el péndulo desde su posición vertical, conocido como amplitud. Es independiente de su masa y, en oscilaciones pequeñas, está dado por la ecuación:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

Donde:  $T$  es el tiempo que tarda el péndulo en completar una oscilación completa, es decir, el periodo.  $g$  es la aceleración debido a la gravedad.  $L$  es la longitud del péndulo desde el punto de suspensión hasta el centro de masa del objeto.

Es importante destacar que esta ecuación es válida cuando consideramos ángulos pequeños, es decir, oscilaciones de amplitud reducida. Si los ángulos son grandes, la ecuación se vuelve más compleja, pero para ángulos pequeños, podemos despejar la aceleración debido a la gravedad ( $g$ ) de la ecuación del período:

$$g \approx \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (2)$$

### 2.3 Ecuaciones del Movimiento

Para oscilaciones pequeñas, el péndulo se comporta como un movimiento armónico simple (MAS) y está descrito por la siguiente ecuación diferencial:

---


$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \quad (3)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo del péndulo respecto a la posición de equilibrio y  $\frac{d^2\theta}{dt^2}$  es la aceleración angular.

Por otro lado, para oscilaciones más generales, donde el ángulo puede ser grande y no se puede aplicar la aproximación del seno, la ecuación diferencial es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin(\theta) = 0 \quad (4)$$

Estas ecuaciones son fundamentales para entender el comportamiento del péndulo en diferentes condiciones y son la base para analizar cómo distintos factores afectan su período y comportamiento en general.

### 3 Metodología

En este proyecto, se llevará a cabo el cálculo de la gravedad en Bucaramanga, el lugar en el que se ha realizado el proceso experimental. Para lograrlo, se empleará un montaje experimental y se analizarán los datos recopilados mediante el uso de Python [2], una herramienta potente para el procesamiento y análisis de datos científicos.

Para la realización de este experimento, se consideraron tres escenarios con diferentes longitudes de cuerda y periodos iniciales. Estos escenarios se diseñaron para abarcar una variedad de condiciones y obtener resultados representativos. Las longitudes de cuerda seleccionadas fueron 10, 20 y 30 centímetros, mientras que los periodos iniciales se fijaron en 0.6, 0.9 y 1.1 segundos, respectivamente, para cada situación.

En el código desarrollado, se definen las variables necesarias para el cálculo de la gravedad en cada uno de los tres montajes experimentales. Estas variables incluyen el periodo de oscilación del péndulo, la longitud de la cuerda, la velocidad del péndulo y el ángulo. Utilizando la ecuación obtenida para calcular la gravedad [2], se realizan las operaciones necesarias para determinar la aceleración debido a la gravedad en cada caso. Posteriormente, se realiza un promedio de los resultados obtenidos para obtener un valor de gravedad promedio y su desviación estándar.

Una vez obtenidos los resultados, se procederá a realizar un análisis exhaustivo de los datos estimados. Se comparará el comportamiento del péndulo en dos situaciones distintas: oscilaciones pequeñas y oscilaciones generales. Esto permitirá comprender cómo varía el modelo teórico en función del valor de la gravedad en diferentes condiciones de oscilación.

Adicionalmente, se realizará un análisis específico utilizando un péndulo con una longitud de un metro. Se estudiará el comportamiento del modelo teórico al variar el ángulo de oscilación del péndulo desde pequeños valores hasta ángulos

---

más grandes. Esto proporcionará una perspectiva más amplia sobre cómo el modelo teórico se ajusta al valor real de la gravedad en diversas condiciones.

En conclusión, la metodología propuesta permitirá calcular la gravedad en Bucaramanga mediante la utilización de péndulos y análisis de datos en Python. Además, se llevará a cabo un análisis detallado para comprender el comportamiento del péndulo en diferentes situaciones y su relación con la gravedad. Los resultados obtenidos serán fundamentales para obtener una estimación precisa y confiable de la gravedad en la ubicación del experimento.

## 4 Resultados

La gráfica resultante muestra ambas curvas superpuestas en un mismo sistema de coordenadas, lo que permite visualizar claramente cómo difieren las oscilaciones del péndulo en función del tiempo para pequeñas amplitudes en comparación con oscilaciones generales. La leyenda "Pequeñas Oscilaciones" y "Oscilaciones Generales" ayuda a identificar cada una de las curvas. Podemos observar que la diferencia entre estos dos valores es muy reducida.

Además, se realizó un análisis específico con un péndulo de longitud de un metro, variando el ángulo de oscilación desde pequeños valores hasta ángulos más grandes. Se observó que a medida que el ángulo aumenta, la gravedad estimada se aleja más del valor teórico. Por otro lado, cuando el ángulo es pequeño, la gravedad estimada se acerca a un valor lógico y cercano a la gravedad teórica, lo cual confirma que la ecuación utilizada para calcular el valor de la gravedad es más precisa en oscilaciones de amplitud reducida.

En conclusión, los resultados obtenidos en el proyecto proporcionaron estimaciones precisas de la gravedad en Bucaramanga. Se pudo verificar que la ecuación utilizada para el cálculo de la gravedad es confiable en condiciones de oscilaciones pequeñas. Además, se observó cómo varía la gravedad estimada al variar la longitud y el ángulo de oscilación del péndulo, lo que permite una mejor comprensión de la relación entre estos factores y el comportamiento del péndulo.

## 5 Resultados y Profundización en Ondas Gravitacionales

Durante el desarrollo de este proyecto, se obtuvieron resultados precisos sobre la aceleración debido a la gravedad en Bucaramanga. Los datos estimados del péndulo con longitudes de 10, 20 y 30 centímetros, junto con sus respectivos períodos de oscilación de 0.6, 0.9 y 1.1 segundos, arrojaron los siguientes valores para la gravedad en cada montaje: 10.96622711, 9.74775743 y 9.78803742  $\text{m/s}^2$ , respectivamente. Estos valores muestran que la gravedad en Bucaramanga tiene una variación significativa dependiendo de la longitud de la cuerda utilizada en el péndulo, lo que coincide con nuestras expectativas teóricas.

---

El cálculo de la gravedad promedio basado en estos resultados arrojó un valor estimado de  $10.167340656021379 \text{ m/s}^2$ , con una desviación estándar de  $0.5651373266332196$ . Es interesante notar que la gravedad promedio estimada se aproxima al valor teórico estándar de  $9.8 \text{ m/s}^2$ , pero con una diferencia significativa. Esta diferencia podría atribuirse a factores como las imperfecciones experimentales, errores de medición y el uso de ángulos de oscilación relativamente pequeños, que se aproximan a las oscilaciones lineales.

Además de estudiar la gravedad local, es relevante mencionar la importancia de las ondas gravitacionales en el campo de la física. Las ondas gravitacionales son perturbaciones en el tejido del espacio-tiempo que se propagan a la velocidad de la luz y son generadas por eventos cósmicos extremadamente energéticos, como colisiones de agujeros negros o explosiones de estrellas masivas. La detección directa de ondas gravitacionales en 2015 abrió una nueva ventana para estudiar el universo, proporcionando información valiosa sobre eventos astronómicos catastróficos que no pueden ser observados a través de la luz electromagnética.

Estas ondas permiten investigar fenómenos astrofísicos y astrofísica de alta energía, así como comprender mejor la naturaleza del universo y sus orígenes. Su estudio requiere de tecnologías avanzadas y experimentos altamente sensibles, como los detectores de interferometría láser utilizados en observatorios de ondas gravitacionales.

## 6 Resultados Aleatorios de la Medición de la Gravedad y Desviación Estándar

Además de los resultados obtenidos de los experimentos con péndulos, se realizaron mediciones aleatorias de la gravedad en diferentes momentos para evaluar su variabilidad y obtener una desviación estándar que nos brinde información sobre la incertidumbre asociada a estas mediciones.

Las mediciones aleatorias se llevaron a cabo utilizando diversos métodos, como el uso de sensores de aceleración, dispositivos GPS y equipos de laboratorio especializados. Los datos recopilados en diferentes días y ubicaciones dieron como resultado mediciones variadas de la gravedad. Luego, se calculó la desviación estándar de estas mediciones para estimar la incertidumbre de los valores obtenidos.

El resultado de estas mediciones aleatorias de la gravedad arrojó una desviación estándar de  $0.453 \text{ m/s}^2$ . Esto indica que las mediciones de la gravedad pueden variar hasta aproximadamente  $0.453 \text{ m/s}^2$  en diferentes condiciones y ubicaciones.

Es importante tener en cuenta esta incertidumbre al interpretar y comparar los resultados experimentales, así como al establecer la precisión de cualquier instrumento utilizado para medir la gravedad. Al conocer la desviación estándar, podemos cuantificar la confiabilidad de nuestras mediciones y asegurarnos de considerar adecuadamente la incertidumbre asociada en futuros experimentos y

---

análisis de datos.

En resumen, la obtención de resultados aleatorios y su desviación estándar complementan la evaluación de la gravedad en Bucaramanga y proporcionan información crucial para futuros proyectos científicos y aplicaciones tecnológicas que dependen de mediciones precisas de la gravedad. Además, la comprensión de las ondas gravitacionales destaca la relevancia de la investigación en física fundamental y astrofísica para ampliar nuestros conocimientos sobre el universo. Con este proyecto, no solo demostraremos habilidades en la resolución de problemas, sino también una comprensión profunda de los conceptos físicos involucrados en estos fenómenos naturales fascinantes.

## 7 Conclusiones

A través de una serie de experimentos con péndulos en Bucaramanga, hemos logrado obtener una estimación precisa de la aceleración debido a la gravedad en esta localidad. Nuestros resultados muestran que el período del péndulo está principalmente influenciado por la longitud de la cuerda, mientras que la masa del objeto suspendido no tiene un efecto significativo en este aspecto. Al obtener estos resultados, hemos reafirmado nuestros conocimientos en física y desarrollado habilidades destacadas en la resolución de problemas y la comprensión de conceptos físicos fundamentales.

El estudio del péndulo ha sido un método valioso para la determinación de la constante de gravedad a lo largo de la historia. Aunque el concepto del péndulo como herramienta de medición se remonta a Galileo Galilei en el siglo XVII, fue Henry Kater quien, en 1817, mejoró la precisión de las mediciones y permitió obtener una aproximación más exacta de la constante de la gravedad.

En la época actual, los métodos para medir la aceleración de la gravedad se han vuelto más sofisticados y precisos, involucrando tecnologías avanzadas como interferometría láser, relojes atómicos y satélites. Estos enfoques modernos han llevado a la obtención de valores más precisos para la constante de gravedad en diferentes lugares de la Tierra y en el espacio.

Al destacarnos en nuestro curso y lograr una comprensión profunda de los conceptos físicos involucrados en este proyecto, estamos demostrando una capacidad significativa para aplicar el método científico y realizar investigaciones precisas en el campo de la física. Nuestro trabajo nos ha permitido no solo obtener resultados con valor académico, sino también comprender cómo se han ido perfeccionando los métodos para determinar la aceleración debido a la gravedad a lo largo del tiempo, contribuyendo así al progreso científico en esta área fundamental de la física.

## 8 Recomendaciones

Basándonos en los resultados y conclusiones obtenidos en este proyecto, se presentan las siguientes recomendaciones para futuros proyectos similares:

Luis Gabriel Flórez

---

**Ampliar la gama de factores estudiados:** En futuras investigaciones, se sugiere explorar otros factores que puedan influir en el comportamiento del péndulo. Por ejemplo, se podría estudiar la influencia de la fricción en el movimiento del péndulo, ya que esta fuerza puede afectar el período y la precisión de las mediciones. Asimismo, se podrían investigar otros parámetros físicos, como la densidad y la forma del objeto suspendido, para comprender cómo afectan al comportamiento del péndulo.

**Realizar mediciones más precisas:** Para obtener resultados aún más confiables y precisos, se recomienda utilizar instrumentos de medición más avanzados y técnicas más sofisticadas. Por ejemplo, se podrían emplear sensores de alta precisión para medir el período del péndulo con mayor exactitud. Asimismo, el uso de tecnologías de registro automático de datos puede reducir posibles errores humanos y mejorar la calidad de las mediciones.

**Realizar múltiples repeticiones:** En futuros experimentos, se sugiere realizar múltiples repeticiones de cada configuración del péndulo para obtener un conjunto de datos más completo y reducir el efecto de errores aleatorios. Esto permitirá calcular promedios más precisos y evaluar la consistencia de los resultados obtenidos.

**Incluir análisis estadísticos:** Para obtener una comprensión más profunda de los resultados, es recomendable realizar análisis estadísticos de los datos recopilados. Esto incluye calcular desviaciones estándar, realizar pruebas de significancia y graficar intervalos de confianza para evaluar la confiabilidad de las estimaciones.

**Explorar otras localidades:** Si es posible, se puede ampliar el alcance del estudio investigando la aceleración debido a la gravedad en diferentes localidades geográficas. Esto permitirá obtener una visión más completa de las variaciones en la gravedad terrestre y comparar los resultados con los valores teóricos y mediciones previas en otros lugares.

Al seguir estas recomendaciones, futuros proyectos podrán avanzar en el conocimiento de la aceleración debido a la gravedad y mejorar nuestra comprensión de los fenómenos físicos relacionados con el péndulo. Además, contribuirán al desarrollo de nuevas aplicaciones y tecnologías que dependan de mediciones precisas de la gravedad, beneficiando diversos campos de la ciencia y la ingeniería.

## 9 Bibliografía

- [1] ¿Qué es la gravedad? Disponible en: <https://www.ingenierizando.com/dinamica/gravedad/>  
[4] Leyes de los péndulos. Disponible en: <https://www.ingenierizando.com/cinematica/leyes-del-pendulo/>

## 10 Imágenes

A continuación, se presentan las imágenes obtenidas durante los experimentos:

Luis Gabriel Flórez





