

Notas de clase

Tomas Santiago Rocha Mendoza

March 2023

1. Inducción para ejercicios de divisibilidad

Decimos que un número n es divisible entre un número m , si $n = mz$, donde $z \in \mathbb{Z}$.

Ejemplo:

Demuestre que $2^{4n} - 1$ es divisible entre 15, $\forall n \in \mathbb{N}$

- Verificar que se cumple para $n = 0$

$$2^{4(0)} - 1 = 0 = (0)(15)0 \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

- Suponemos que $P(n)$ vale, es decir,

$$2^{4n} - 1 = 15k, k \in \mathbb{Z} (\text{Hipótesis}) \quad (2)$$

- Debemos demostrar que $P(n+1)$ es verdadero

$$2^{4(n+1)} - 1 = 15q, q \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$2^{4n+4} - 1 \quad (4)$$

$$= 2^4 \cdot 2^{4n} - 1 \quad (5)$$

$$= (16)(2^{4n}) - 1 \quad (6)$$

$$= (16)(15k + 1) - 1 \quad (7)$$

$$= 240k + 16 - 1 \quad (8)$$

$$= 240k + 15 \quad (9)$$

$$= 15(16k + 1) \quad (10)$$

$$15(16k + 1) = 15q \quad (11)$$

$$16k + 1 = q, q \in \mathbb{Z} \quad (12)$$

- $\Rightarrow P(n)$ es verdadero $\forall n \in \mathbb{N}$