

# LAS VARIABLES DETRÁS DEL PÉNDULO

**Deiner Duran y Lauren Parra**  
*Universidad Industrial de Santander*  
*Bucaramanga, Colombia*

25 de julio de 2023

## Índice

<b>1. Resumen</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>3. Marco teórico</b>	<b>2</b>
<b>4. Metodología</b>	<b>3</b>
<b>5. Resultados</b>	<b>3</b>
5.1. Resultados del péndulo de 5 y 30 gramos . . . . .	4
5.2. Resultados del péndulo con diferentes grados . . . . .	6
<b>6. Conclusiones</b>	<b>8</b>
<b>7. Referencias</b>	<b>8</b>

## 1. Resumen

Este informe tiene como objetivo principal analizar las aplicaciones que puede tener un movimiento pendular y la importancia de este en algunas industrias. Para ello, el informe buscará analizar y resolver dos grandes preguntas: ¿El periodo de un péndulo cambia por la masa? y ¿En qué influye el ángulo en que se suelta el péndulo?

A lo largo del informe, se presentarán pruebas sustentadas por datos reales y analizadas en códigos computacionales para mayor precisión a la hora de codificar y presentar. Estas pruebas se verán en forma de gráficas o tablas y buscarán responder a las preguntas anteriores.

Cabe resaltar que la información presentada está bajo un margen de error amplio que puede hacer que los datos no sean cien por ciento precisos, pero sí cercanos a la realidad.

## 2. Introducción

Cuando se habla acerca de la fuerza de la gravedad, inmediatamente pensamos en aquella interacción que hay entre dos cuerpos, con masa o energía, que hace que estos se atraigan entre si. El estudio de la gravedad

ha sido una cuestión fundamental en la física y ha llevado a importantes descubrimientos científicos a lo largo de la historia. Además, cada vez que la mencionamos, la asociamos rápidamente con situaciones como la caída de una manzana, la caída de las gotas de agua, el lanzamiento de un proyectil, la interacción entre cuerpos celestes, el vuelo de las aves, e inclusive, el movimiento de un péndulo. Y justo de este último trata este informe.

Este informe tiene dos grandes objetivos, el primero consiste en analizar con detalle las interacciones que pueden existir en las oscilaciones de un péndulo, así como la importancia de la gravedad y las demás variables en este montaje. Para ello, se realizaron varias pruebas, que serán presentadas posteriormente, con dos masas distintas de 6 y 30 gramos y con 5 longitudes de cuerda diferente; el segundo objetivo es analizar la manera en la que cambian los métodos para hallar el período si empleamos diferentes ángulos a la hora de soltar el péndulo. Además, para asegurar la veracidad de la información, se repitió cada prueba 4 veces, cada una cronometrada y analizada individualmente, para luego ser promediadas y así acercarse lo máximo posible a un valor real.

A través de este informe se encontrarán los datos con los resultados de las pruebas, así como los mecanismos computacionales que usamos para hallar las conclusiones, de una forma que puedan ser posteriormente revisados y reproducidos. La teoría detrás de este informe se basa en las leyes de Newton y la fórmula del movimiento pendular. Todo esto analizado en pro de enriquecer el conocimiento, comprobar la gravedad local y descubrir las variables detrás de uno de los movimientos más comunes en la realidad.

### 3. Marco teórico

Para poder abarcar temas de gran escala como lo es la gravedad y el movimiento, es necesario partir de ciertos puntos que estén previamente establecidos. En el presente informe, partiremos del concepto de péndulo e iremos profundizando en la teoría y fórmulas que constituyen este común pero muy importante movimiento.

El movimiento pendular es un fenómeno físico que se produce cuando un objeto suspendido de un punto fijo oscila libremente en torno a un eje de rotación. Este tipo de movimiento es muy común en nuestro día a día y ha sido un foco de investigación en ramas como la física y la ingeniería debido a sus aplicaciones. El ejemplo más común de un péndulo es el péndulo simple, que consiste en una masa puntual suspendida de un hilo o varilla rígida que se mueve en el plano vertical bajo la acción de la fuerza gravitatoria. A pesar de esto, el concepto de péndulo simple es algo idealizado ya que no es posible en la realidad pero nos da un amplio concepto acerca de las características y funciones que radican en él.

En un péndulo simple, podemos apreciar con claridad el principio de conservación de energía ya que el movimiento oscilatorio se debe a que la energía en este sistema se va transformando de energía potencial, cuando el péndulo se eleva, a energía cinética, cuando el péndulo alcanza su punto más bajo, y viceversa. La energía total del sistema se conserva siempre que no haya fuerzas disipativas involucradas, como la fricción del aire.

Dentro del movimiento del péndulo, encontramos un concepto que se llama período, el cual es el tiempo que tarda el péndulo en salir desde un extremo e ir al otro y volver a su punto de origen. Este período se ve afectado por la longitud de este o por la gravedad local, es por esto que es posible calcular la velocidad a partir de este simple mecanismo.

El movimiento de un péndulo simple se considera un tipo especial de movimiento conocido como Movimiento Armónico Simple. El Movimiento Armónico Simple es un concepto fundamental en la física que se aplica a muchos otros sistemas, como masas unidas a resortes y ondas. Y a partir de este concepto, es que podemos deducir la fórmula que será la base de este informe y la información que aquí se deposite.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

Donde  $T$  equivale al periodo,  $L$  a la longitud del péndulo y  $g$  a la fuerza de gravedad. En esta fórmula se ve específicamente como el periodo solo depende de la longitud y la fuerza de gravedad, y otras variables no intervienen directamente en el.

## 4. Metodología

Para desarrollar nuestro experimento, fue necesario preparar un ambiente lo mas limpio posible y libre de corrientes de aire fuertes e interacciones ajenas al tema que estamos estudiando. Desarrollamos cada prueba frente de un tablero blanco con las mediciones de grados, longitudes y masa marcadas en este. Cada prueba se desarrollo 5 veces para tener un valor promediado cercano al valor real, y empleamos un celular Galaxy A13 de 1080p y 30fps para grabar las pruebas que requerian ser analizadas en tracker y para cronometrar el tiempo que el péndulo tarda en hacer cada oscilación. En la prueba se uso un hilo de crochet de 4 milímetros de grosor que, comparado con la masa del objeto, su masa es despreciable. Además, usamos un trompo en el extremo del pendulo de 5 y 6 kilogramos, el cual fue el encargado de permitir el funcionamiento correcto del movimiento pendular. Como herramientas de medicion, hicimos uso de una regla escolar para medir la longitud de la cuerda y un transportador para medir cada ángulo con el que salio despedido el péndulo con respecto a la vertical, previamente marcada en el tablero.

A la hora de analizar los datos, se hizo uso del software tracker, el cual nos permitio analizar la ubicacion del pendulo en cada instante. Además, al ya tener los datos, los reproducimos en el entorno interactivo de Jupyterlab a traves del lenguaje de Python de una forma compacta y efectiva. Estas herramientas, nos permitieron comparar nuestros resultados y los resultados teoricos, para asi poder presentar las conclusiones que se exponen al final del presente informe.

En el codigo usado en Python, fue necesario partir desde la fórmula del movimiento pendular. A esta, le aplicamos logaritmo natural para poder observar la pendiente de la recta que formaron nuestros datos y poder hallar el punto de interseccion con el eje  $y$ , que en nuestro caso, corresponde a la informacion de la gravedad.

$$g \approx \frac{4\pi^2 L}{T^2}, \quad (2)$$

$$T = 2\pi * \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{g}} \quad (3)$$

$$\ln(T) = \frac{1}{2} \ln(L) - \ln\left(\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\right) \quad (4)$$

La ecuación 4 es la que empleamos para poder obtener conclusiones en nuestro proyecto, donde  $T$  es el periodo del péndulo,  $L$  es la longitud y  $g$  es la fuerza de la gravedad.

## 5. Resultados

Para presentar los resultados dados por el codigo, primero mostraremos unas tablas en donde se puede evidenciar cada dato en cada una de las pruebas realizadas. Cada tabla corresponde a una masa, la de 6 gramos y la de 30 gramos respectivamente. Como se puede notar en los tiempos promediados de la tabla, los resultados en ambos casos es similar, la diferencia en todos los 5 casos siendo menor a 0.1 segundos. Con esto en mente, podriamos definir que la masa no afecta significativamente el periodo de oscilación de

Longitud (cm)	Tiempo 1 (s)	Tiempo 2 (s)	Tiempo 3 (s)	Tiempo 4 (s)	Tiempo Promedio (s)
14	0.7866	0.79	0.7933	0.7783	0.7870
18	0.8566	0.855	0.8583	0.8533	0.8558
22	0.931	0.94	0.933	0.933	0.934
26	0.996	0.981	0.97	0.993	0.987
30	1.07	1.076	1.071	1.075	1.073

Cuadro 1: Tabla de datos sobre el periodo del pendulo con masa de 6 gramos

Longitud (cm)	Tiempo 1 (s)	Tiempo 2 (s)	Tiempo 3 (s)	Tiempo 4 (s)	Tiempo Promedio (s)
14	0.794	0.802	0.812	0.823	0.8077
18	0.91	0.921	0.952	0.943	0.9315
22	0.98	0.969	0.985	0.9	0.9585
26	1.03	1.015	1.12	1.05	1.053
30	1.1	1.07	1.089	1.099	1.0895

Cuadro 2: Tabla de datos sobre el periodo del pendulo con masa de 30 gramos

un péndulo pero la longitud de la cuerda en donde esta suspendida si juega un papel fundamental en este movimiento. Es por esta conclusión que no se presentaran diferentes graficas para cada caso ya que, al tener casi los mismos promedios y pasar por el mismo codigo, los resultados van a ser identicos. A continuacion se mostraran las graficas que resultaron del codigo de Python y que nos permitiran llegar a conclusiones mas acertadas y concisas. Debido a que se realizaron dos codigos entonces se dividira en dos secciones la primera; el péndulo cuya masa cambia pero el resultado es el mismo, con énfasis en hallar la gravedad y, el segundo, con diferentes angulos y en énfasis de analizar los cambios que existen.

### 5.1. Resultados del péndulo de 5 y 30 gramos

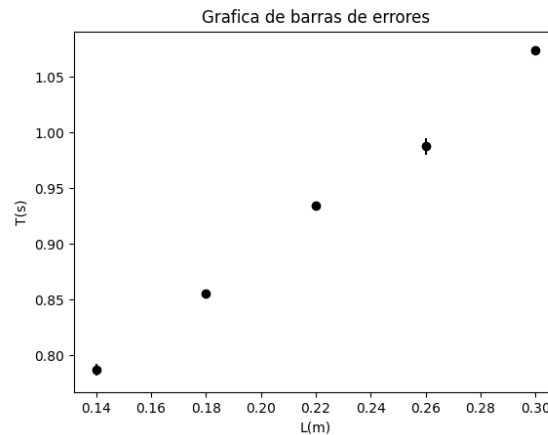


Figura 1: Gráfica de barras de errores

Como se puede evidenciar en esta grafica el margen de error en los datos tomados con respecto a la teoria es realmente minimo, ya que en algunas partes cerca de la mitad del gráfico se ve como no resalta las barras

de errores propias de estas graficas.

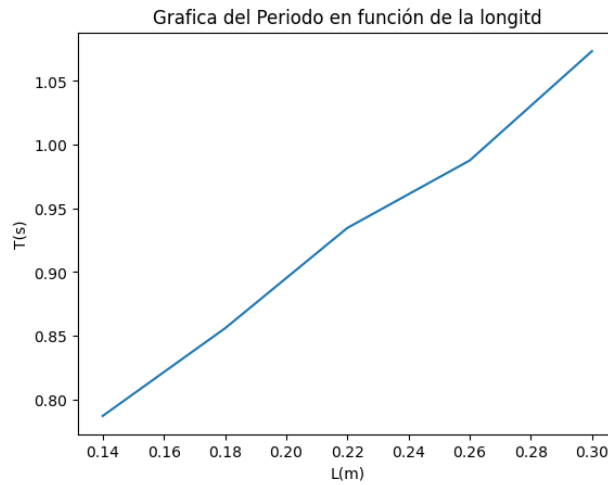


Figura 2: Gráfica del Periodo en función de la longitud

Como su nombre lo indica, en esta gráfica vemos el comportamiento del periodo mientras la longitud es variable y resulta muy interesante, ya que se muestra una relacion de proporcionalidad, es decir, que mientras la longitud crezca el periodo tambien lo hará, lo que fortalece lo dicho en un inicio en el marco teorico que la longitud es un protagonista decisivo a la hora de hablar sobre periodo. Por ultimo, en esta

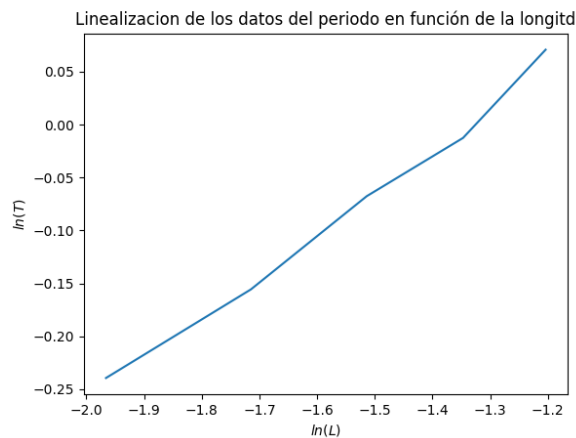


Figura 3: Linealización de los datos del período en función de la longitud

gráfica se linealizaron los datos a traves del logaritmo natural y, gracias a ello, fue posible hallar el valor de la gravedad que, según este experimento, resulto ser de  $9.8747 \frac{m}{s^2}$ , el cual es un valor que esta muy acorde a la gravedad local en el planeta Tierra.

## 5.2. Resultados del péndulo con diferentes grados

Antes de mostrar los resultados de esta parte del informe, se indica que las graficas de color azul pertenecen a los datos experimentales, las graficas de color negro son aquellas que usan las ecuaciones para ángulos pequeños y las gráficas de color rojo son aquellas para todo tipo de ángulos. Como podemos ver en la gráfica,

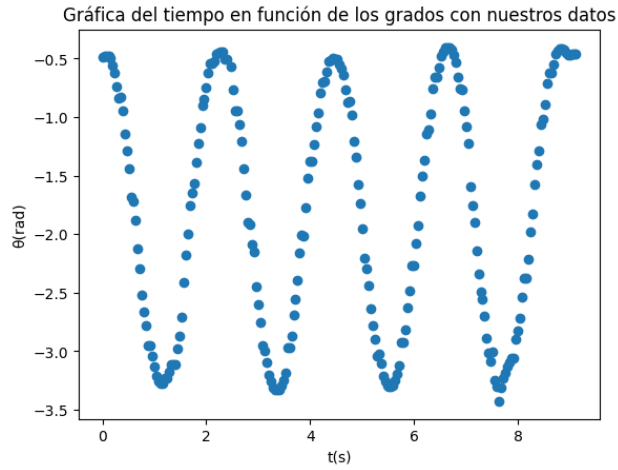


Figura 4: Gráfica del tiempo en función de los grados con nuestros datos

esta imagen busca ejemplificar un comportamiento "natural" de una función donde la variable dependiente son los grados a los que se deja circular el péndulo. Con base en esto, si alguna gráfica se sale de este modelo nos indicara que su ecuación no esta bien planteada.

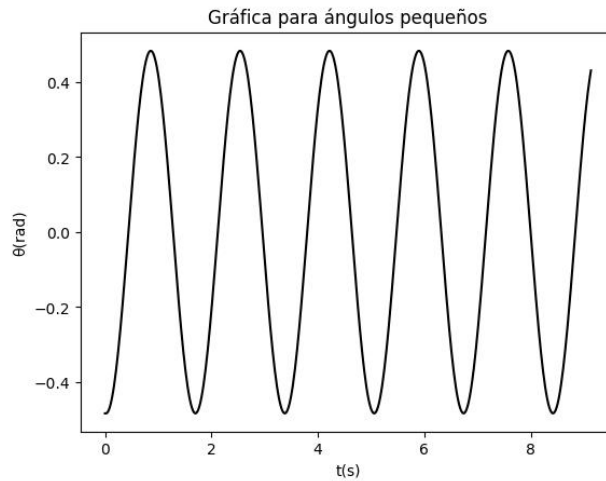


Figura 5: Gráfica para ángulos pequeños

En esta gráfica se uso la fórmula especial para ángulos pequeños la cual es:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{g}{L} * \theta \quad (5)$$

Esta fórmula consiste en evitar usar el seno ya que esta función para valores muy pequeños no actúa con mucha eficiencia. Como vemos en la gráfica, el comportamiento de esta si cumple con lo establecido anteriormente. Lo que nos permite concluir que esta gráfica y su función estan bien establecidas.

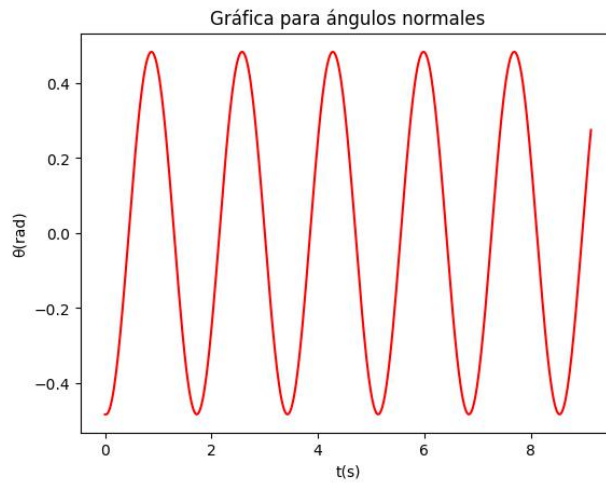


Figura 6: Gráfica para ángulos normales

Esta gráfica cumple perfectamente el modelo establecido al inicio de la sección y si analizamos su ecuación podemos evidenciar que tambien esta correcta:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{g}{L} * \sin \theta \quad (6)$$

La diferencia entre cada funcion radica unicamente en el seno del ángulo por lo que si esta ultima se acopla a los resultados de la primera se podra concluir que el ángulo no afecta mucho en el movimiento.

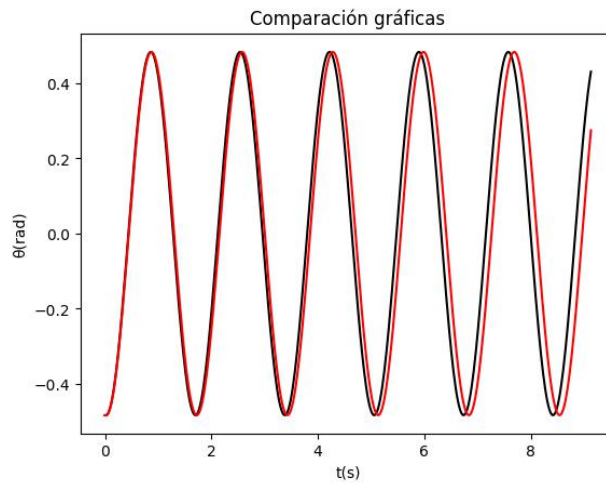


Figura 7: Comparación gráficas

En esta última gráfica vemos claramente como cada gráfica tiene su propio recorrido pero aún así son muy similares entre sí. En un inicio para valores muy pequeños vemos que la gráfica es igual pero a medida que empieza a pasar el tiempo estas van variando. Este último resultado nos revela que si son dos formas factibles pero que la primera, la de ángulos pequeños, se limita a medida que avanza el tiempo.

## 6. Conclusiones

A partir de este informe se puede concluir que la masa no es una variable determinante a la hora de analizar el periodo de un péndulo ya que las variables que realmente hacen que este varíe son la longitud y la gravedad local de donde se este desarrollando el movimiento.

Además, se pudo concluir que a través de un péndulo se puede hallar un valor de la gravedad sumamente cercano al real, de una forma rápida y sencilla. En el informe concluimos que había una gravedad local de  $9.8747 \frac{m}{s^2}$  y en teoría en el planeta Tierra hay una gravedad de  $9,807 \frac{m}{s^2}$ .

Por último, se concluye que hay dos maneras factibles para conocer como actúa el movimiento pendular en función del ángulo, aunque una de ellas, la de ángulos pequeños, está limitada a ángulos no mayores de 20 grados ya que a medida que crecen los grados se vuelve más errónea.

## 7. Referencias

Núñez, L. A., & Rago, H. (2023, Julio). Estimando la aceleración de gravedad mediante la oscilación de un péndulo. <https://es.overleaf.com/project/5f232b0a5a3bd90001db5036>