

# Experimento fuerza de fricción

Hector Peñaranda-2202200 y Andrés Hernández Acosta-2191077

April 2023

## 1 Resumen

En este documento se analizará el movimiento en caída libre de una servilleta comprimida y una sin estarlo, con el objetivo de encontrar relaciones entre las ecuaciones de movimiento para un cuerpo sin resistencia al aire y otro con una constante  $k$  de resistencia. Para esto se empleó el software tracker, ya que nos permite hacer medidas y comparación entre la distancia recorrida y el tiempo requerido para dicho movimiento. Se planea comparar las mediciones obtenidas de modo experimental y el modelo teórico existente sobre el fenómeno físico. Los datos se analizarán por medio de herramientas computacionales en Jupyterlab. Se prevé un margen de error en las mediciones debido a la factibilidad humana en la toma de datos. Por esta razón se toma un promedio de varias repeticiones del mismo experimento.

## 2 Introduction

El objetivo principal de este documento es poder registrar numéricamente y analíticamente la fuerza producida por el campo gravitatorio de la tierra, produciendo con esto una gravedad, siendo esta la aceleración que experimentaría una masa ( $m$ ) la cual entra dentro del campo gravitatorio de la tierra.

Para poder realizar este experimento se requiere de una servilleta (como cualquiera que se puede encontrar en la cocina) y del software "Tracker", la idea es dividir el experimento en dos ramas, la primera es dejar caer la servilleta extendida y con esto, se apreciaría los fenómenos de resistencia del aire, el cual va en contra del movimiento de caída. La otra parte del experimento consiste en arrugar la servilleta y que con esto la estructura del cuerpo (servilleta) cuente con las propiedades necesarias para poder "vencer" esa fuerza de resistencia y que de esta forma, sea posible analizar un fenómeno de caída libre lo más aproximado posible.

Se espera contar que en los cálculos finales el resultado obtenido para el valor de la gravedad sea lo más aproximado a  $9.8$ , sin embargo, es necesario tener en cuenta que debido a los errores humanos y de software, lo más probable es que el valor de " $g$ " obtenido de los datos, sea distinto al esperado.

### 3 Objetivos

- Realizar el montaje experimental de la caída libre de un objeto con y sin resistencia al aire.
- Comparar el movimiento experimental con el modelo teórico del objeto sin resistencia al aire.
- Estimar el coeficiente  $k$  de la fuerza de fricción a partir de la comparación entre: el experimento sin roce, el experimento con roce y el modelo teórico con roce

### 4 Marco teórico

#### Descripción planteamiento teórico servilleta comprimida

La fuerza de fricción con la que cae la servilleta comprimida puede ser representada por medio de las ecuaciones básicas de Newton:

$$\sum(F) = ma \quad (1)$$

ya que el objeto está en caída libre, la aceleración del mismo se mantiene constante. Y además las distancias recorridas por el objeto en un tiempo  $t_1$  está dado por la ecuación:

$$v_f = v_o + gt \quad (2)$$

$$d = v_o t + g \frac{t^2}{2} \quad (3)$$

Este modelo debería ajustarse a la caída de la servilleta comprimida. Dicho esto se comprobará con las mediciones de la caída de la servilleta comprimida. Adicionalmente, este modelo servirá para calibrar el experimento de la servilleta extendida y estimar el valor de la constante de fricción  $k$ .

A continuación se mostrarán los datos y los planteamientos requeridos para tratar el experimento de caída de la servilleta extendida.

#### Modelado teórico servilleta extendida

Para este caso de estudio, no podemos tomar los mismos resultados obtenidos en el caso de la servilleta comprimida debido a que la fuerza de fricción influye en la caída. es por esto que es necesario replantear el análisis para formular teóricamente lo que sucede.

Sabemos que por la mecánica clásica ofrecida por Newton, se cumplen las siguientes propiedades.

$$\sum F = ma$$

Sabemos que la velocidad que experimenta la servilleta en su descenso no es constante por tanto existe un valor que depende de ella. Ahora gracias a esto podemos analizar que las fuerzas que influyen en el sistema son: El peso y la fricción de desplazamiento que depende de la velocidad y una constante la cual llamaremos  $k$ . Esto ocurre porque si lo analizamos desde el punto de vista de un paracaidista que abrió su equipo este en algún momento de la caída siente como la fuerza de fricción no influye y su velocidad de caída es constante, es así como entonces el peso del paracaidista y la fuerza de fricción que va en sentido contrario se igualan a la fuerza que va con una aceleración constante de caída. Como se puede observar en las siguientes fórmulas:

$$m * g - kv = m * a_y$$

$$a = g - \frac{k}{m} * v \quad (4)$$

De la ecuación (4) se logra evidenciar la aceleración con la que se estima un cuerpo con fuerza de fricción se desplace en ciertos instantes de tiempo. Ahora bien llamaremos a la constante que acompaña la velocidad ( $v$ ) como  $\frac{k}{m} = B$ . Dicha constante es la que hallaremos por medio de nuestro modelado computacional y su mejor aproximación con los datos resultantes del experimento.

## 5 Metodología

### Montaje del experimento

Para llevar a cabo este experimento es necesario contar con una servilleta, un computador y un celular, debido a que la servilleta es blanca, se requiere de un fondo con color distinto, para que de esta forma el software "tracker" pueda diferenciar entre el objeto a tomar las muestras y su entorno. Es necesario que se tengan ciertos elementos en el fondo para que de esta forma sea más fácil medir las distancias.

Una vez se tenga el escenario preparada, se procede a arrugar una servilleta con el fin de que su resistencia al movimiento disminuya hasta ser casi despreciable, luego de esto, se tira desde un lugar alto y se registran sus movimientos. Dichos movimientos se registran diez veces tanto para el caso cuando no exista una fricción significativa como cuando no. Una muestra de estos datos se refleja en la figura 1

#### 5.1 Experimento servilleta comprimida

En esta sección se elaborará el experimento de la caída de la servilleta pero en este caso se arrugará con el fin de que la resistencia del aire no afecte el movimiento a analizar y con esto último poder tener una caída libre lo más aproximada posible.

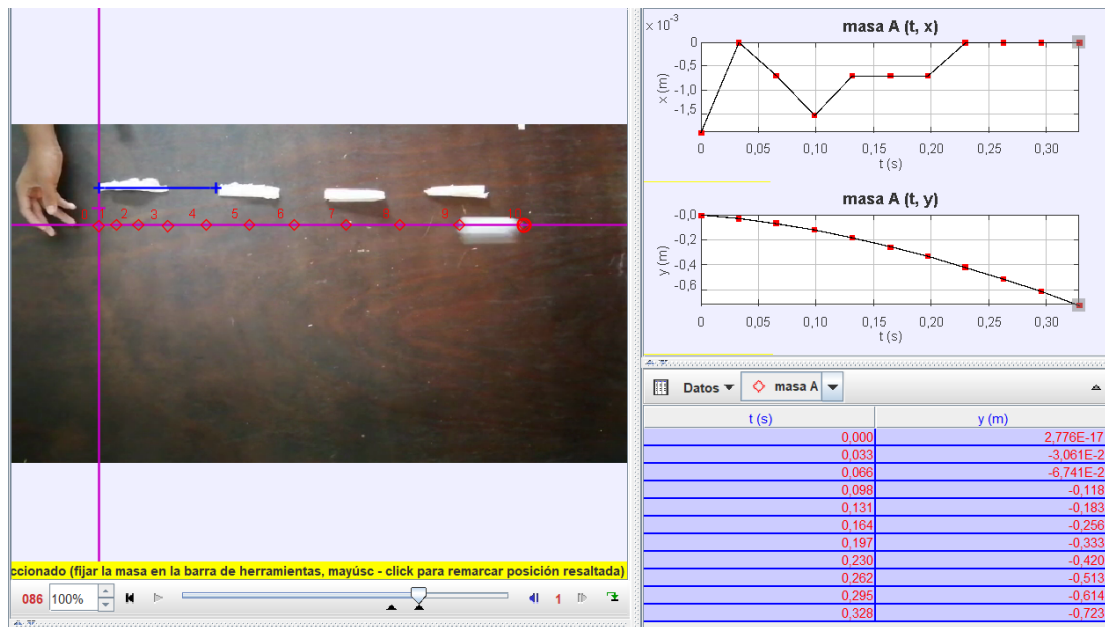


Figure 1: montaje

## Muestras montaje experimental de la servilleta comprimida

Apartir de tracker se puede intuir que si se dejar caer una servilleta comprimida posee las características de un objeto en caída libre debido a la función cuadrática que se observa en los datos presentes en la tabla 1 como se observa en la figura 1 que representan el promedio entre todos los datos correspondientes a la repetición de diez veces de la caída de la servilleta:

$t$ (s)	$y$ (m)
0	2,775558E-17
0,03281111	-0,03060748
0,06562222	-0,06740654
0,09843333	-0,1181075
0,1312444	-0,1827103
0,1640556	-0,2563084
0,1968667	-0,3331776
0,2296778	-0,4198598
0,2624889	-0,5130841
0,2953	-0,6136682
0,3281111	-0,7232477

Table 1: Posición vs tiempo

## Gráfica servilleta comprimida

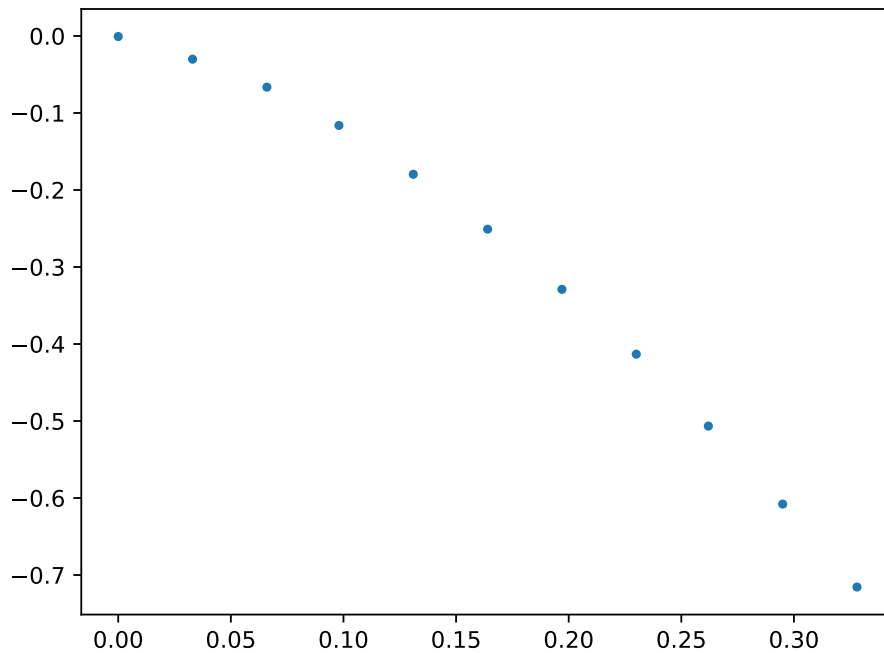


Figure 2: Datos Servilleta Comprimida

## Análisis de datos

se puede apreciar por medio de la gráfica que la relación entre el tiempo y la posición es en forma de parábola y por eso se puede observar la curva decreciente de  $y$  vs  $t$ .

La razón del por qué la grafica de posición  $y(t)$  sea negativa es debido al sistema de referencia que se fue elegido, ya que se recuerda, la servilleta se encuentra cayendo. Además, la variación de la posición con respecto al tiempo nos puede dictar la velocidad de la partícula, y la derivada de la velocidad con respecto al tiempo nos determina la aceleración que experimenta la servilleta, en este caso, se evidencia que la gravedad tiene un valor aproximado de  $13 \text{ [m/s}^2\text{]}$ .

## Aproximación lineal

Con los datos obtenidos se debe proceder a realizar una linealización con el objetivo de poder calcular los errores y de esta forma tener una idea sobre la exactitud de los datos obtenidos por medio de los experimentos. Ver figura 3

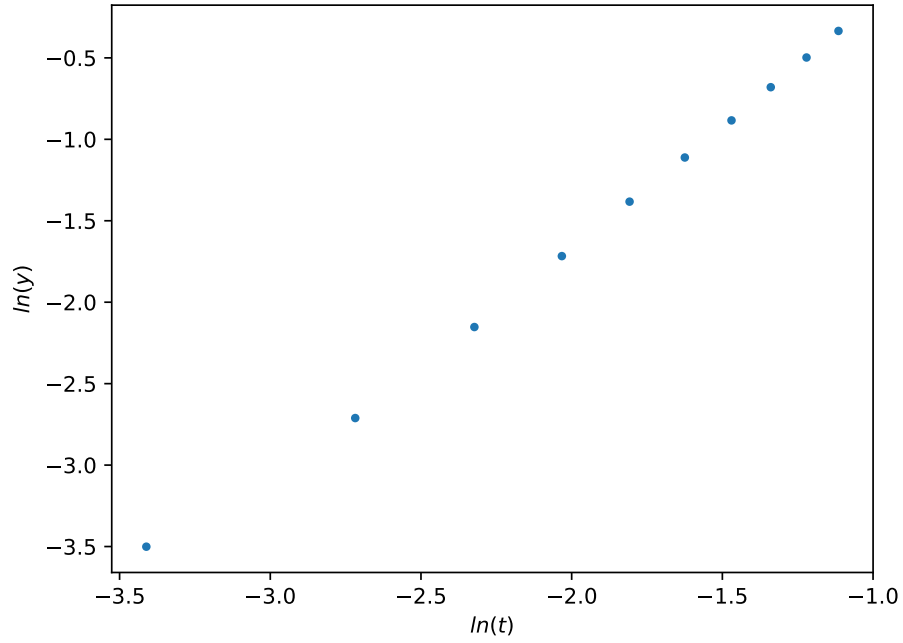


Figure 3: Gráfica linealización servilleta comprimida

### Error relativo y absoluto de la gravedad

El error absoluto hallado en este experimento se puede expresar como:

$$Error_{Absoluto} = |V_{teorico} - V_{experimental}|$$

$$Error_{Absoluto} = |9.8 \frac{m}{s^2} - 13 \frac{m}{s^2}|$$

$$Error_{Absoluto} = 3.2 \frac{m}{s^2}$$

Mientras tanto el error relativo seria dado por:

$$Error_{relativo} = \frac{|V_{teorico} - V_{experimental}|}{V_{teorico}}$$

$$Error_{relativo} = \frac{3.2 \frac{m}{s^2}}{9.8 \frac{m}{s^2}}$$

$$Error_{relativo} = 0.32$$

## 5.2 Experimento servilleta extendida

Luego de haber hecho una descripción del planteamiento teórico de la caída libre de una servilleta en un estado comprimido, es necesario hacer una comparación de los tiempos que se registran luego de lanzar una servilleta en su forma extendida. Como lo indica nuestra experiencia podríamos afirmar en un inicio que la caída de un objeto que posee la misma masa y la misma altura caería con la misma velocidad, pero esto contradice también el hecho de que una servilleta sin ser comprimida cae con mayor lentitud debido a una "fuerza" que se opone a su caída. Es así como teniendo en cuenta estos hechos se expondrán los datos registrados de la repetición del experimento y se analizará por medio de la comparación los resultados obtenidos con los del experimento de una servilleta comprimida.

### Datos promedio de la servilleta extendida

luego de haber tomado los datos correspondientes a dejar caer la servilleta cuando estuviese extendida, se tomaron los promedios de estos datos los cuales se encuentran en la tabla 5 siendo un total de 31 instantes los cuales sirven como comparación para hallar el valor de la constante de fricción del aire. Los datos se pueden apreciar en la tabla 2



$t$ (s)	$y$ (m)
0.086	0.043731
0.1198	0.064713
0.1537	0.08285
0.1867	0.10634
0.2199	0.12865
0.2537	0.14811
0.2868	0.17101
0.3207	0.19586
0.3537	0.21862
0.3537	0.21862
0.3868	0.24534
0.4207	0.2746
0.4537	0.3047
0.4868	0.3366
0.5207	0.3668
0.5537	0.4054
0.5869	0.4455
0.6207	0.487
0.6538	0.5239
0.6877	0.5584
0.7207	0.5942
0.7538	0.6226
0.7877	0.6454
0.8207	0.6671
0.8538	0.6671
0.8877	0.7108
0.9207	0.7405

Table 2: Posición vs tiempo en servilleta extendida

## 6 Resultados

### Análisis de datos

Apartir de los datos promedios de los registros de los experimentos se realizará una linealización de los datos para luego poder generar un pronóstico del error en la toma de datos iniciales.

### Gráfica servilleta extendida

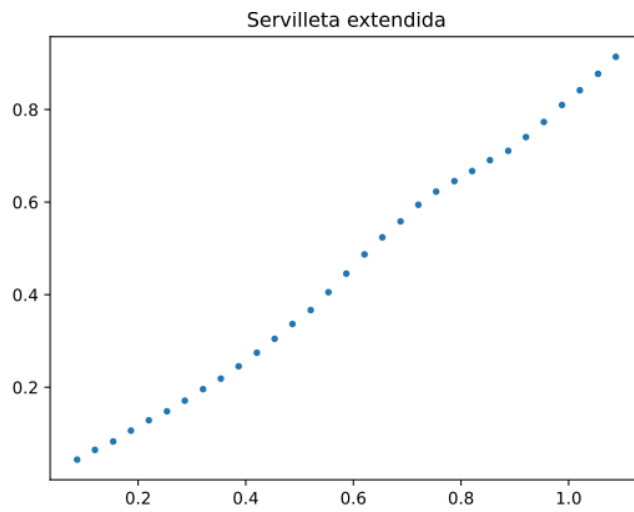


Figure 4: Datos Servilleta Extendida

## Aproximación Lineal

La aproximación lineal de los datos representados anteriormente se puede graficar de la siguiente manera:

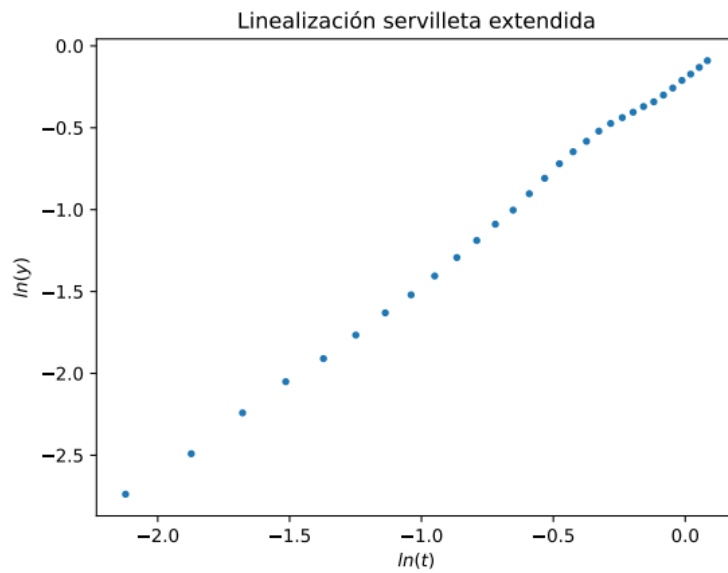


Figure 5: Linealización servilleta extendida

## Errores servilleta extendida

Como se espera de cualquier experimento en los cuales la toma de datos se ve influenciada por factores humanos, hay espacio para el cometido de errores. Por esto se hace necesario analizar el margen de error en el registro de datos de todas las repeticiones del experimentos.

Por medio de Jupyter se tomaran divisiones de todos los tiempos y todas las alturas correspondientes a ciertos momentos como se muestra en los anexos correspondientes. Apartir de dichos instantes se tomará la desviacion estandar entre un instante de tiempo a otros y así se podrá realizar el analisis de la desviacion entre los datos en un instante de tiempo similar. Graficandose de la siguiente manera:

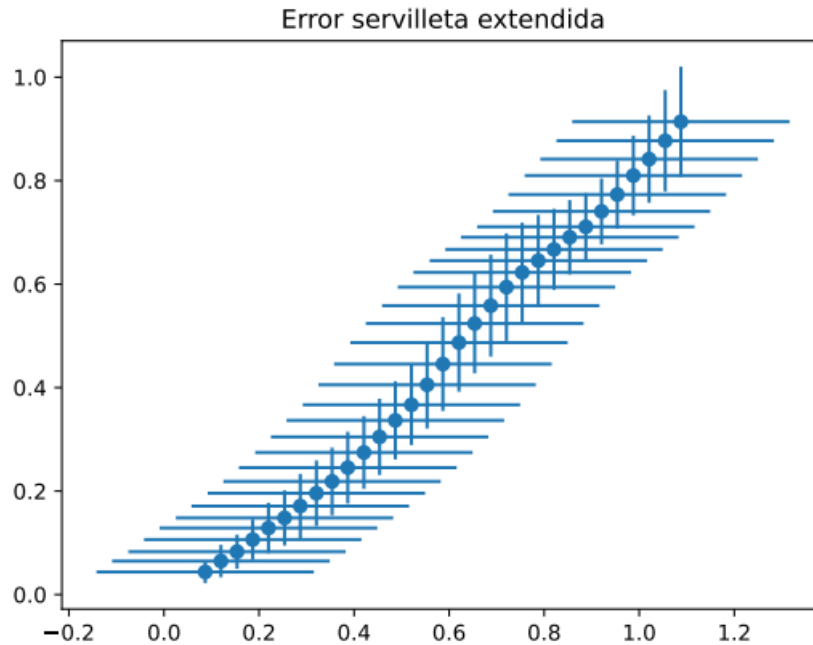


Figure 6: Error servilleta extendida

Como se observó en la figura 6 la desviacion estandar d elos datos se encuentra entre 0.2 en el tiempo y 0.05 con respecto a la altura. Lo cual puede llevar a una conclusión fuera de lo previsto.

## Modelado computacional para servilleta extendida

Tomando en cuenta el resultado del valor de la gravedad observado de alrededor de  $13 \text{ m/s}^2$  en el apartado de la servilleta comprimida se dará paso a la creación de un modelado que permita "representar" los datos obtenidos en la figura 5 y así obtener una aproximación a la constante de fricción del aire. El modelado

se logró observar en los anexos de jupyter en el cual se hace uso de la función "modelado" que solicita los valores de "y" y de "t" para dar como resultado el valor de la constante de la fuerza de fricción del aire, para luego hacer uso de las propiedad de python "curvefit" y así utilizar los valores de los resultados promedios del tiempo y de las alturas para darnos la mejor aproximación de los datos resultantes el cual genera como resultado una fuerza de fricción de 11.23 se puede graficar de la siguiente manera:

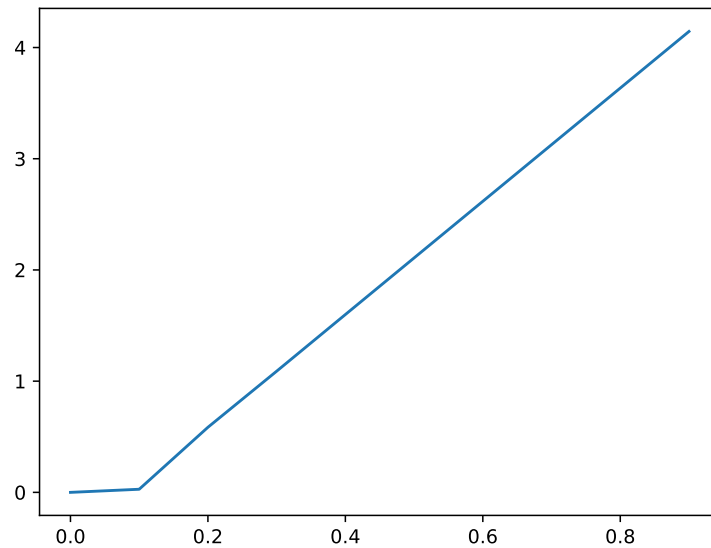


Figure 7: Modelado servilleta extendida

## 7 Conclusiones

- El error presentado en la gravedad es de  $3.2m/s^2$  mientras el error relativo del mismo es de 0.32. Dicho error posiblemente se debió a que las condiciones en las cuales se hicieron el experimento no eran las mismas. El experimento comprimido y extendido fueron llevados a cabo en dos partes diferentes y en adición con servilletas con formas diferentes y pesos diferentes.
- El valor de la gravedad experimental da al rededor de  $13 m/s^2$ , el cual se vio influenciado por la forma de las medidas realizadas por el investigador.
- La gráfica que representa la caída de la servilleta extendida experimenta una forma cuadrática en un principio para luego tener una aproximación lineal. Lo cual nos permite intuir como aunque la aceleración del objeto no es constante llega un momento en el cual se vuelve lineal.

- El valor de la constante de fricción según los datos experimentales y las comparaciones obtenidas en el modelado computacional arrojan ser 11.23 para la mejor aproximación a los datos con un error del 0.007 en la aproximación de curve fit.