

# Fricción en la Caída de una Servilleta

Juan Sebastian Urrea Vega  
*Escuela de Física*  
*Universidad Industrial de Santander*

05 de Mayo de 2023

## Índice

<b>1. Resumen</b>	<b>1</b>
<b>2. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>3. Marco teórico</b>	<b>2</b>
<b>4. Metodología</b>	<b>4</b>
4.1. Tablas . . . . .	4
4.2. Figuras . . . . .	7
<b>5. El experimento y los resultados</b>	<b>11</b>
<b>6. Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>11</b>
<b>7. Referencias</b>	<b>12</b>

## 1. Resumen

En este experimento vamos a intentar averiguar el coeficiente de fricción del aire y la gravedad en este punto del planeta, esto debido a que la gravedad no es igual en todos los puntos del planeta, además que por medio de una servilleta cayendo se puede averiguar y modelar de manera relativamente sencilla ambas cosas, la idea es hallar ambas cosas por medio de un sencillo experimento de caída libre y de modelado virtual.

## 2. Introducción

En este informe presentamos un estudio experimental sobre la caída de una servilleta en dos condiciones diferentes: comprimida y extendida. Nuestro objetivo es determinar si existe alguna diferencia en el comportamiento de la servilleta al caer en estas dos situaciones.

La caída de objetos en un campo gravitatorio es un fenómeno ampliamente estudiado en la física. Sin embargo, hay factores como la resistencia del aire que pueden afectar la velocidad de caída de los objetos. En este experimento, nos enfocamos en la servilleta como objeto de estudio para investigar si su forma y estado influyen en su caída.

Planteamos la pregunta de si una servilleta cae de manera distinta cuando está comprimida en comparación con cuando está completamente extendida. Se espera que haya diferencias en la trayectoria, velocidad y otros parámetros relacionados con la interacción de la servilleta con el aire.

A través de un experimento cuidadosamente diseñado, dejamos caer la servilleta desde una misma altura en ambas condiciones y registramos datos precisos. Analizamos los resultados para determinar si hay variaciones significativas en el comportamiento de la servilleta en cada estado.

### 3. Marco teórico

Principalmente este experimento está basado en las leyes del movimiento básicas de Newton, para ser precisos la segunda ley de Newton  $F = ma$  ahora bien, de esta ecuación básica podemos deducir nuestra ecuación de movimiento usada en caída libre, ecuación usada en la parte comprimida de la servilleta, siendo esta ecuación:

$$V_f = V_o + gt \quad (1)$$

$$V_f = gt \quad (2)$$

$$g = \frac{V_f}{t} \quad (3)$$

Donde  $V_f$  es la velocidad final de nuestra servilleta cayendo,  $V_o$  es la velocidad inicial, la cual cancelamos debido a que el movimiento parte del reposo y la gravedad es lo que queremos encontrar, cabe aclarar que esto lo podemos hacer porque tenemos una fricción mínima que podemos despreciar, gracias a esto y a transformaciones en Python usadas con la librería Numpy se puede hallar la gravedad en la primera parte del experimento.

Posteriormente podremos hallar el modelado del movimiento, tanto en la parte  $t$  como en la parte de la distancia, que con fricción despreciable son unas ecuaciones muy simples de movimiento, las cuales son las siguientes:

$$v_f = v_0 + gt \quad \text{y} \quad d = v_0 t + g \frac{t^2}{2}, \quad (4)$$

Ahora bien, para la segunda parte ya hay que considerar un sistema con fricción debido a que la extensión y el área de la servilleta hacen que ya no podamos despreciar la fricción, lo cual es, de hecho, la idea del experimento, bien, un movimiento con fricción lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$ma = \sum_i F_{ext} \quad \Rightarrow \quad ma = mg - \kappa v \quad (5)$$

La ecuación 5 nos da las bases, pero si bien es cierto de aquí podemos partir, ahora bien, podemos ver que en nuestro modelo con fricción despreciable 5 nos da lo que habíamos planteado antes, que

efectivamente la aceleración del sistema era la misma que la gravedad encontrada; ahora bien, en nuestro sistema con fricción, no la podemos despreciar, de modo que se convierte en algo de la forma:

$$a = g - \frac{k}{m}v \quad (6)$$

Ahora bien, hacer esto para el sistema completo nos daría una situación con varias variables difíciles de controlar y calcular todas al tiempo, por lo que en esta parte se tomó el movimiento dividido en varios intervalos, considerando que la aceleración en cada intervalo si es constante, permitiendonos un mayor control sobre las variables, para este experimento vamos a llamar a la fricción ( $\frac{k}{m}$ ) como  $B$  para mayor comodidad en los códigos de python. Ahora bien, una vez dividido el movimiento en subintervalos la ecuación si podremos usar nuestras ecuaciones de movimiento tradicionales [4](#) ya que tomamos la aceleración constante en cada intervalo como en el caso de la servilleta comprimida, este modelo de subintervalos se vería tal que así:

$$[t_0, t_1] : \left. \begin{array}{l} v(t_0) = v_0 \\ x(t_0) = x_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v(t_1) = v_1 = v_0 + a(x_0, v_0, t_0) [t_1 - t_0] \\ x(t_1) = x_1 = v_0 [t_1 - t_0] + a(x_0, v_0, t_0) \frac{[t_1 - t_0]^2}{2} \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$[t_1, t_2] : \left. \begin{array}{l} v(t_1) = v_1 \\ x(t_1) = x_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v(t_2) = v_2 = v_1 + a(x_1, v_1, t_1) [t_2 - t_1] \\ x(t_2) = x_1 + v_1 [t_2 - t_1] + a(x_1, v_1, t_1) \frac{[t_2 - t_1]^2}{2} \end{array} \right\}.$$

Si continuamos con este procedimiento, para un tiempo n-ésimo se tiene:

$$[t_i, t_{i+1}] : \left. \begin{array}{l} v(t_i) = v_i \\ x(t_i) = x_i \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v(t_{i+1}) = v_{i+1} = v_i + a(x_i, v_i, t_i) [t_{i+1} - t_i] \\ x(t_{i+1}) = x_i + v_i [t_{i+1} - t_i] + a(x_i, v_i, t_i) \frac{[t_{i+1} - t_i]^2}{2} \end{array} \right\};$$

hasta  $i = N - 1$ :

$$[t_{N-1}, t_N] : \left. \begin{array}{l} v(t_{N-1}) = v_{N-1} \\ x(t_{N-1}) = x_{N-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v(t_N) = v_N = v_{N-1} + a(x_{N-1}, v_{N-1}, t_{N-1}) [t_N - t_{N-1}] \\ x(t_N) = x_{N-1} + v_{N-1} [t_N - t_{N-1}] + a(x_{N-1}, v_{N-1}, t_{N-1}) \frac{[t_N - t_{N-1}]^2}{2} \end{array} \right\}.$$

Estas ecuaciones y metodo de subintervalos está apoyado en el modelo guía del proyecto [\[1\]](#).

De modo que con este sistema iterativo de ecuaciones podemos hallar los valores de nuestra servilleta cayendo en cada momento, y tomando la suma de estos datos podemos calcular el movimiento total y, al compararlo con los datos y ecuaciones netamente teoricas podemos ver qué tanto "desacelera" la fricción  $B = \frac{k}{m}$  a nuestra servilleta, y así conociendo la masa de nuestra servilleta, que es en este caso 0,533g.

## 4. Metodología

Para llevar a cabo el experimento, se diseñó un procedimiento que constó de varias etapas. En primer lugar, se prepararon las condiciones necesarias. Se seleccionaron dos situaciones diferentes para la servilleta: comprimida y extendida. Además, se estableció una altura fija desde la cual se soltaría la servilleta en ambos casos. Se procuró mantener condiciones experimentales consistentes en cada repetición para garantizar resultados confiables.

Una vez que se establecieron las condiciones, se procedió a la realización de los experimentos. Se realizaron un total de 10 grabaciones de video para cada situación: comprimida y extendida. Se utilizó una cámara de video para registrar el proceso de caída de la servilleta en cada una de las condiciones. Durante la grabación, se aseguró que la servilleta cayera libremente sin influencias externas y que la trayectoria fuera claramente visible.

Posteriormente, se utilizó el software "Tracker Physics" para analizar los videos grabados. Este programa permitió rastrear la posición de la servilleta en cada cuadro de video, lo que proporcionó datos precisos de tiempo y posición a lo largo de la caída. Se seleccionaron puntos clave en la servilleta para realizar el seguimiento y obtener mediciones confiables, nos apoyaremos en el pdf guía del experimento propuesto por los profesores Luis Nuñez y Hector Rago[1]

Una vez obtenidos los datos de tiempo y posición para cada video, se procedió al procesamiento de los mismos utilizando el entorno de programación JupyterLab con lenguaje Python[3]. Se importaron los datos generados por Tracker Physics[2] y se utilizaron para desarrollar modelos teóricos y experimentales. En el caso de los modelos teóricos, se asumió un valor constante de gravedad de  $9,8m/s^2$ , mientras que para los modelos experimentales se utilizaron los datos reales de la caída de la servilleta.

Utilizando los modelos teóricos y experimentales, se realizaron cálculos y ajustes para determinar la gravedad en el caso de la servilleta comprimida y el coeficiente de fricción del aire en el caso de la servilleta extendida. Estos cálculos se basaron en las relaciones establecidas en los modelos y se realizaron con el objetivo de obtener resultados precisos y consistentes.

Finalmente, se analizaron los resultados obtenidos. Se compararon los valores calculados de gravedad y coeficiente de fricción con los valores teóricos esperados, evaluando la precisión y coherencia de los resultados. Se discutieron posibles discrepancias o errores sistemáticos que pudieron haber surgido durante el experimento, considerando también las limitaciones y posibles fuentes de incertidumbre.

Cabe aclarar que los datos en todos los videos fueron tomados en centímetros, por lo que se tendrá la precaución a la hora de usar la gravedad como  $980cm/s^2$ , y los demás datos para evitar confusiones.

### 4.1. Tablas

Cuadro 1: Valores obtenidos de la posición en la servilleta comprimida

Datos	Valor promedio de posición	Error
Dato 1	-0.017600	0.052800
Dato 2	-0.927200	0.361174
Dato 3	-1.725300	0.414254
Dato 4	-2.731800	0.465441
Dato 5	-5.247100	0.712768
Dato 6	-8.353300	0.891293
Dato 7	-11.094200	1.302742
Dato 8	-14.313000	1.666938
Dato 9	-17.727000	2.207175
Dato 10	-21.464000	2.102889
Dato 11	-25.723000	2.408643
Dato 12	-30.114000	2.465499
Dato 13	-34.785000	2.956391
Dato 14	-39.495000	3.620390
Dato 15	-44.843000	4.017664
Dato 16	-51.428000	4.445244
Dato 17	-56.106000	4.258582
Dato 18	-62.354000	4.889886
Dato 19	-68.034000	5.289823
Dato 20	-74.488000	5.426162
Dato 21	-82.276000	5.007489
Dato 22	-90.620000	4.029580

Cuadro 2: Datos con la servilleta extendida

Datos	Valor promedio de posición	Error
Dato 1	0.3599	0.6285
Dato 2	-0.8599	1.5365
Dato 3	-1.1514	1.3559
Dato 4	-1.4636	2.0571
Dato 5	-1.8153	1.7540
Dato 6	-1.9933	2.3303
Dato 7	-2.6356	2.0794
Dato 8	-2.9955	2.3191
Dato 9	-3.3084	2.1171
Dato 10	-3.9506	2.5973
Dato 11	-4.6643	2.9766
Dato 12	-5.6083	3.2647
Dato 13	-6.3003	3.4083
Dato 14	-7.5092	3.7105
Dato 15	-8.2855	4.2385
Dato 16	-9.2578	4.5712
Dato 17	-10.2873	4.9488
Dato 18	-11.6424	5.4723
Dato 19	-12.2741	5.6510
Dato 20	-13.1290	6.3650
Dato 21	-14.7263	6.6572
Dato 22	-15.7492	6.9541
Dato 23	-16.9832	7.8291
Dato 24	-18.3005	8.6975
Dato 25	-19.9321	8.9352
Dato 26	-21.5218	8.4673
Dato 27	-22.5396	8.8974
Dato 28	-24.0008	9.0749
Dato 29	-25.3544	9.1221
Dato 30	-27.4740	9.3218
Dato 31	-28.6210	8.9874
Dato 32	-30.2590	9.0700
Dato 33	-31.6890	9.3654
Dato 34	-33.4820	9.6100
Dato 35	-34.8520	10.2043

## 4.2. Figuras

En esta sección veremos las graficas de lo anteriormente reportado, en las graficas podemos ver los diferentes puntos completos junto con sus errores, además, también veremos la comparación de los datos experimentales junto con los datos teoricos obtenidos tomando la gravedad como  $980\text{cm}/\text{s}^2$  debido a que los datos fueron tomados en centímetros más no en metros, podemos ver como la cantidad de error de la servilleta extendida es mucho mayor que el de la comprimida, que tiene una cantidad de errores aceptables, pero más adelante indagaremos en esto.

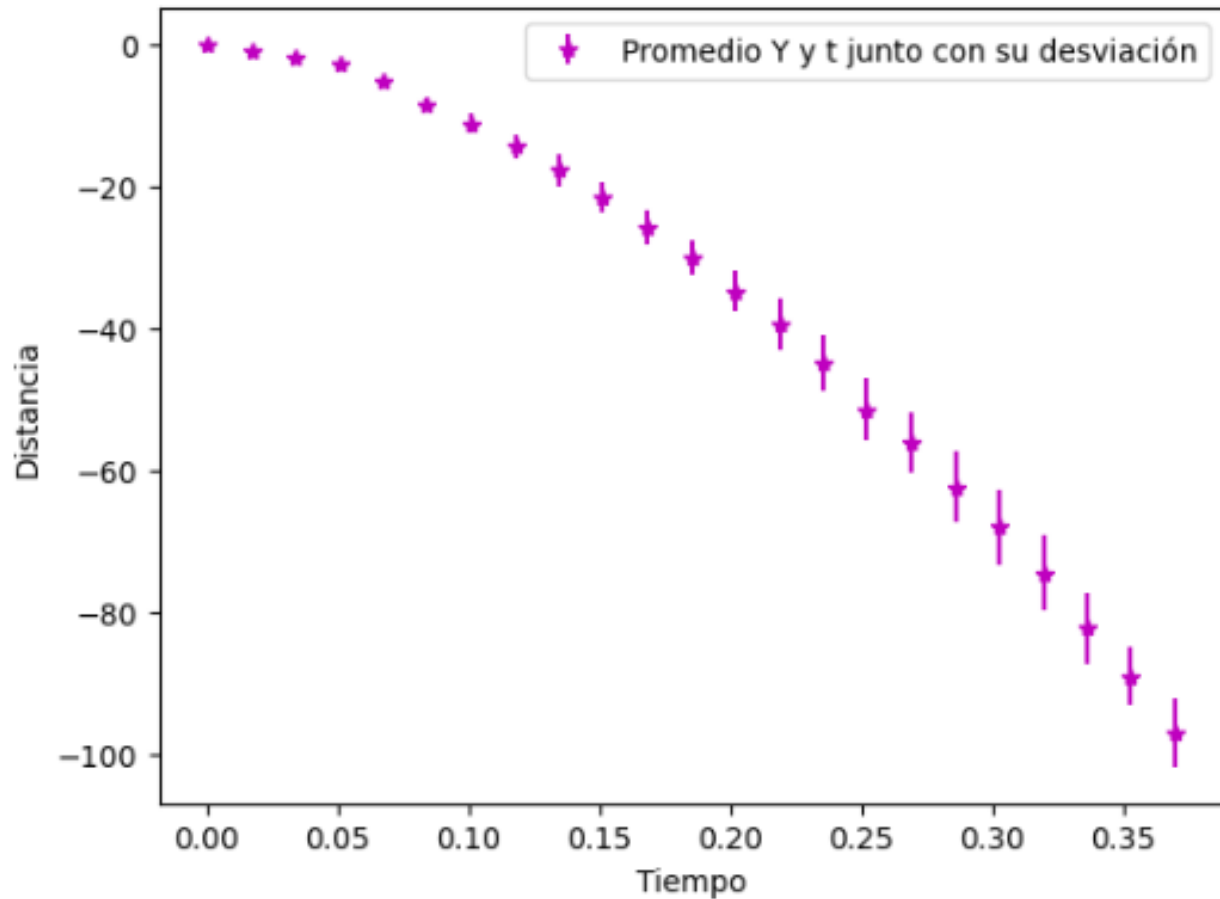


Figura 1: Promedio de las distancias y posiciones con respecto al tiempo, junto con su error de la servilleta comprimida

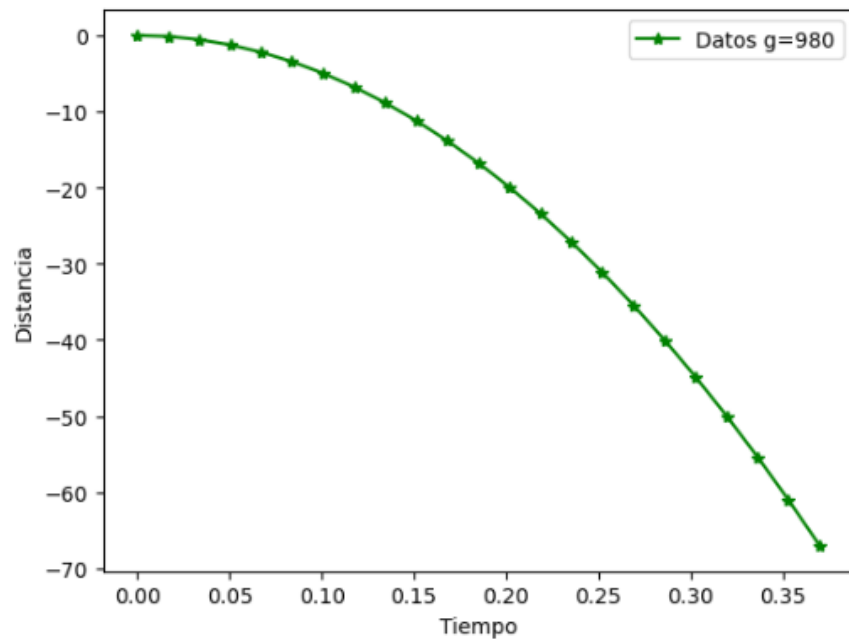


Figura 2: Promedio de los datos teóricos con el tiempo, tomando la gravedad teórica en la servilleta comprimida

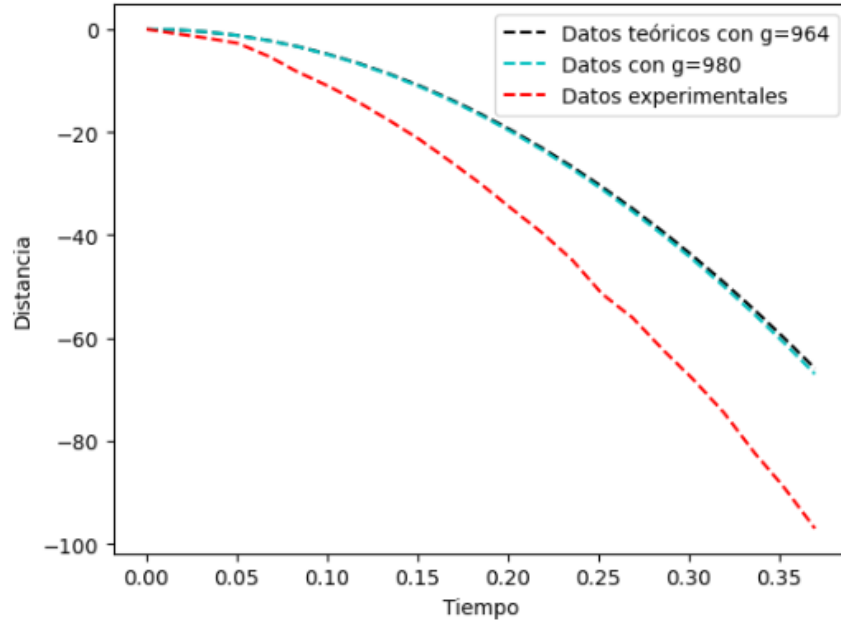


Figura 3: Comparación de los datos teóricos y experimentales en la servilleta comprimida



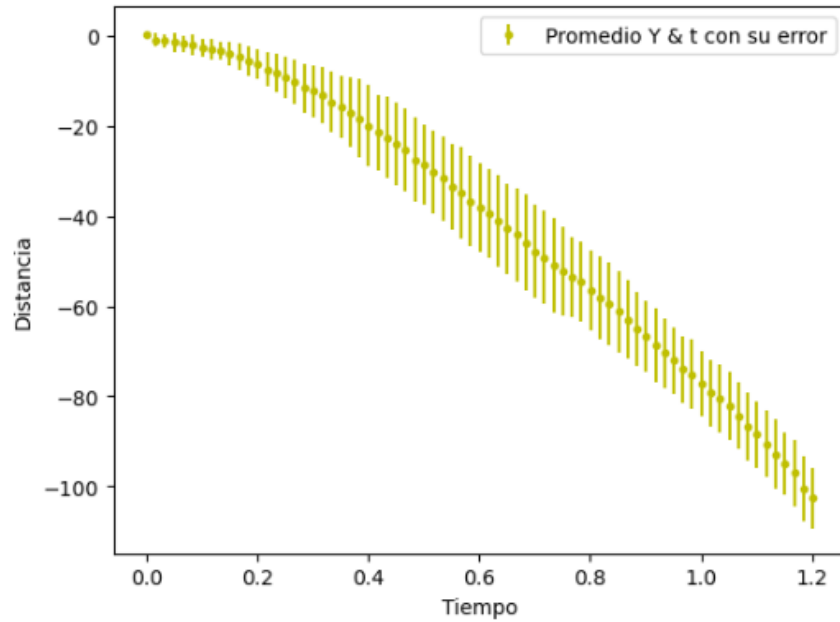


Figura 4: Datos de espacio contra tiempo y su error de la servilleta extendida

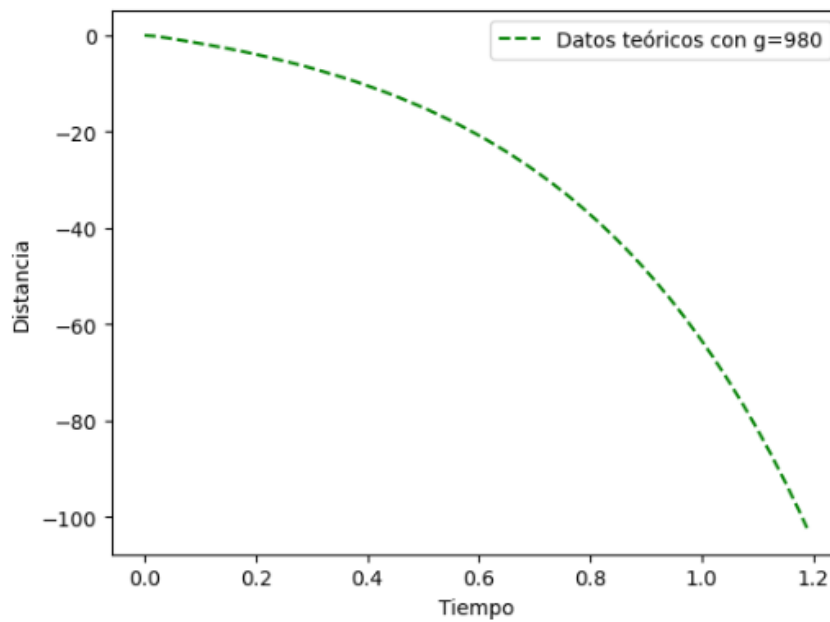


Figura 5: Datos teóricos de la caída con gravedad teórica de la servilleta extendida

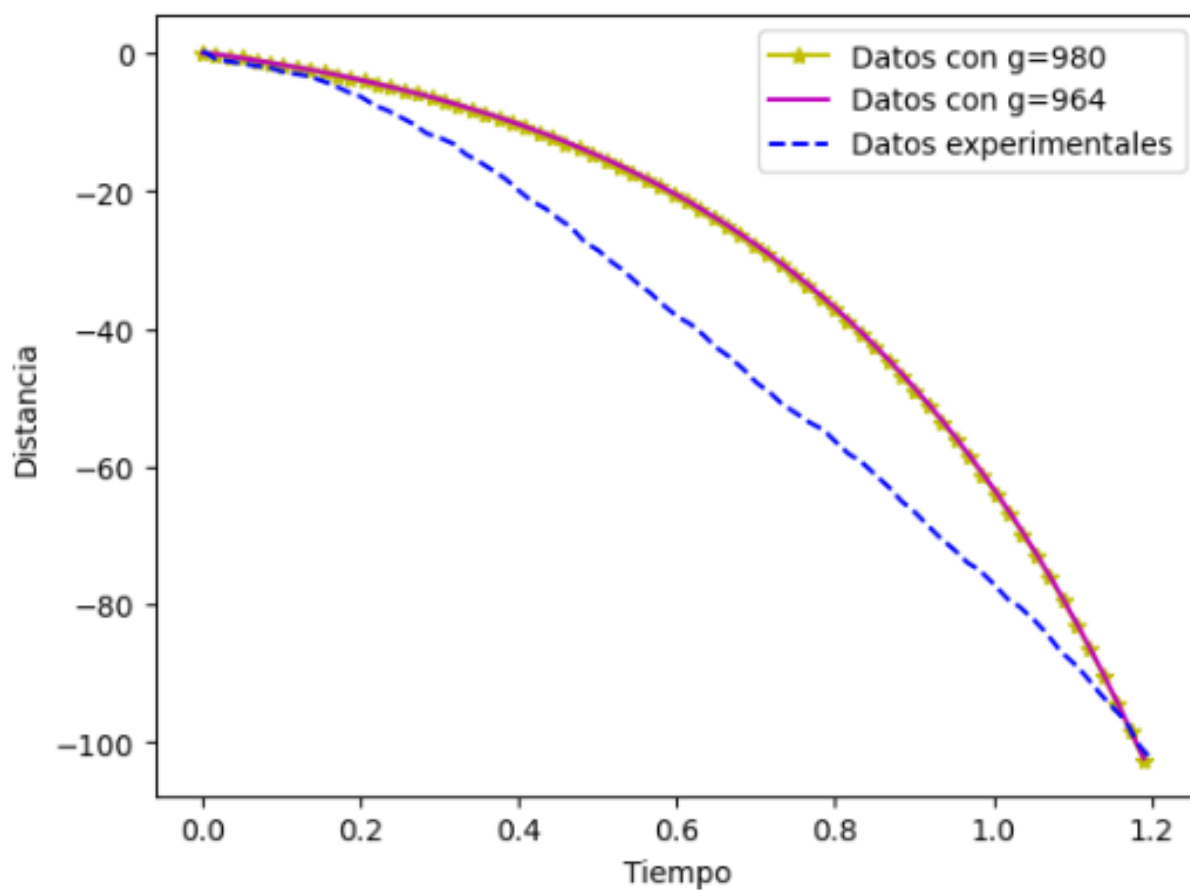


Figura 6: Comparación de los distintos datos teóricos con los experimentales de la servilleta extendida

## 5. El experimento y los resultados

En este experimento se midieron 2 casos distintos de una servilleta en caída libre, y se modelaron los mismos usando los diferentes programas antes anunciados, en el caso de las mediciones como antes se mencionó se hicieron 10 videos de cada caso para un total de 20, dichos videos se intentaron que fueran lo más parecidos posibles y todos en las mismas condiciones de ambiente, contando con ayudas de medición dentro de los videos para ser más precisos, estos videos se pasaron por el software Tracker[2], usando intervalos de fotogramas en cada caso para poder medir bien la posición respecto al tiempo, intentando que todos los videos se modelaran de la misma manera para facilitar el modelado en python[3] y evitar lo menos posible los errores.

Encontramos algunas limitaciones referente al método, ya que a la hora de grabar el video, por más fotogramas a los que se grabe, en el caso de la servilleta comprimida, se termina deformando por la velocidad de caída de la misma, lo que hacía que en el programa tracker no se pudiera modelar correctamente los datos y nos dieran a veces posiciones diferentes e intervalos desiguales siendo el mismo tiempo de caída y la misma distancia de 100 centímetros, en la servilleta extendida afortunadamente no habían errores de deformación, pero si había que tener más criterio a la hora de elegir el punto que se iba a tomar en el programa tracker, ya que medir un intervalo en una esquina y medirlo en el centro era un mundo diferente, debido a esto es que se presenta un alto porcentaje de error en este caso, además que a pesar de evitar errores de corriente de aire seguían existiendo por las limitaciones del espacio en que se tomaron los videos.

A estos errores técnicos le podemos agregar el error humano, ya que no siempre se deja caer con la misma suavidad la servilleta o se tiene consecuencia en el movimiento que se hizo, lo que afectaría su trayectoria de caída y por ende, los tiempos y la gravedad medida.

Al final del modelado, con el primer caso pudimos hallar la gravedad experimental, siendo esta de  $9,6433m/s^2$ , ahora para responder la pregunta de este experimento que es el coeficiente de fricción usamos  $B = K/m$ , siendo nuestro K la incógnita y el B lo que hallamos a través de los datos de la tabla 2 y la figura 6, este  $B = 2,39$  y la masa de nuestra servilleta era de  $0,533gr$ , y así obtuvimos que el coeficiente de fricción  $K = 1,274$ .

## 6. Conclusiones y recomendaciones

En este experimento se logró lo buscado, se halló la gravedad experimental en este punto de la tierra, y también se encontró el coeficiente de fricción siendo de 1.274, gracias a los cálculos y los métodos utilizados, trabajamos también los errores que los métodos nos pueden dar, dejando en evidencia que los errores humanos y técnicos si influyen mucho al comparar la gravedad teórica con la experimental, podemos concluir de este experimento que el coeficiente de rozamiento con el aire no es demasiado grande, ya que con la servilleta comprimida se hizo despreciable, pero a la hora de aplicarlo a una mayor superficie si tiene bastante relevancia en el como cae.

Algo aconsejable para este experimento sería tomar un mayor número de medidas y tener mayor cuidado a la hora de tabular y modelar los datos con los softwares, también podemos decir que

entre mayor calidad de video en relación a los fotogramas encontremos mejor saldrán las mediciones debido a los errores obtenidos en la servilleta comprimida.

## 7. Referencias

### Referencias

- [1] Hector Rago Luis Nuñez. Fricción en la caída de una servilleta. <https://www.overleaf.com/project/5f0a2a960df1f70001e5adac>.
- [2] physlets.org. Tracker video analysis and modeling tool for physics education. <https://physlets.org/tracker/>.
- [3] python.org. Welcome to python. <https://www.python.org/>.

[2] [3] [1]