

# Tarea LaTeX

Sebastian Urrea

April 19, 2023

## 1 Introduction

En este documento vamos a ver un ejercicio pequeño de inducción matemática en divisibilidad. Para ello usaremos los pasos de comprobación de inducción; los cuales son:

1. Demostrar que la afirmación es verdadera para el primer  $n$
2. Suponer que la afirmación es cierta para todo  $n$
3. Demostrar la afirmación para  $n+1$

### 1.1 Ejercicio

Demuestre, usando inducción, que  $3^{4n} + 9$  es divisible por 10 para todo  $n \in \mathbb{N}$

#### 1.1.1 Resolución

Entonces, vemos que debemos resolver que

$$3^{4n} + 9 = 10t \tag{1}$$

donde  $t \in \mathbb{Z}$  Vamos a probar la propiedad para un  $n$  cualquiera, en este caso 0, entonces,  $P_{(0)}$  :

$$3^{4 \cdot (0)} + 9 = 10t$$

$$1 + 9 = 10t$$

$$10 = 10t$$

Lo que esta resolución nos está diciendo es que efectivamente, existe un número  $t \in \mathbb{Z}$  que me permite que esa divisibilidad exista.

Entonces, una vez comprobado nuestro  $P_{(0)}$ , suponemos que nuestra hipótesis, es decir (1) es cierta, por lo que debemos comprobar para  $n + 1$ , es decir, que se cumple  $P_{(n+1)}$ .

Pero antes, vamos a hacer una cosa para facilitar la resolución mas adelante, que es despejar un término de nuestra hipótesis (1) de manera que lo podamos usar en el futuro, tal que:

$$3^{4n} = 10t - 9 \tag{2}$$

Ahora sí, podemos empezar con la solución de nuestro caso  $P_{(n+1)}$

$$3^{4(n+1)} + 9 = 3^{4n+4} + 9 \quad (3)$$

$$3^{4n} * 3^4 + 9 = (10t - 9)3^4 + 9 \quad (4)$$

$$810t - 729 + 9 = 810t - 720 \quad (5)$$

$$10(81t - 72) \quad (6)$$

Al finalizar, podemos ver que nos quedó lo que teníamos en (1) pero escrito de otra forma(6), un 10 multiplicado por un  $t \in \mathbb{Z}$ , ya que, un producto o resta de enteros da un entero, de este modo podemos decir que esta afirmación es verdadera, probandola por inducción matemática.