

Clase 1 de calculo

Maikol Caballero

Marzo 2023

1 Matematicas

las matematicas constan de 3 pilares fundamentales los cuales son definiciones, axiomas y teoremas

2 construccion axiomatica de \mathbb{R}

$$\text{Naturales } \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad (1)$$

$$\text{Enteros } \mathbb{Z} = \{\dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \quad (2)$$

$$\text{Racionales } \mathbb{Q} = \{-2, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}, -1, 0, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, 2\} \quad (3)$$

$$\text{Irracionales } \mathbb{I} = \{\sqrt{2}, 5^{\frac{3}{4}}, -\sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi, e\} \quad (4)$$

2.1 Axiomas de un cuerpo

Se considera un conjunto que se llama **El conjunto de los numeros reales** denotados por \mathbb{R} donde se definen las siguientes operaciones, suma(+), producto(*) y cumple las siguientes condiciones.

Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$

2.1.1 Propiedad conmutativa

$$a + b = b + a \quad (5)$$

$$ab = ba \quad (6)$$

2.1.2 Propiedad Asociativa

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (7)$$

$$(ab)c = a(bc) \quad (8)$$

2.1.3 Propiedad distributiva

$$a(b + c) = ab + ac \quad (9)$$

2.1.4 Existencia de inversos aditivos

$$a + (-a) = (-a) + a = 0 \quad (10)$$

2.1.5 Existencia de inversos multiplicativos

$$aa^{-1} = a^{-1}a = 1 \quad (11)$$

2.1.6 Módulos

1)Modulo para suma es 0

$$a + 0 = 0 + a = a \quad (12)$$

2)Modulo para el prodcuto es 1 donde $1 \neq 0$

$$a1 = 1a = a \quad (13)$$

2.2 Axiomas de orden

2.2.1 O1

$$\text{si } a, b \in \mathbb{R}^+, a + b \in \mathbb{R}^+, ab \in \mathbb{R} \quad (14)$$

2.2.2 O2

$$\text{si } (-a) \in \mathbb{R}^+ \text{ entonces } -(-a) = a \in \mathbb{R}^- \quad (15)$$

2.2.3 O3

$$\text{El } 0 \notin \mathbb{R}^+ \text{ y } 0 \notin \mathbb{R}^- \quad (16)$$

2.3 Axioma de completitud

2.3.1 S1

Para $S \subseteq \mathbb{R}$, S sea no vacio y acotado se cumple que existe $b \in \mathbb{R}$, tal que $b > x, x \in S$ y $b = \sup S$

3 Proposiciones

3.1 Proposicion 1

- a) Los inversos aditivos son únicos
- b) Los inversos multiplicativos son únicos

Demostración

a) supongamos que existe $a \in \mathbb{R}$ que también es inverso aditivo

$$\begin{aligned}a + a &= 0 \\(-a) + a &= 0 + (-a) \\(-a + a) + a &= 0 + (-a) \\0 + a &= -a \\a &= -a\end{aligned}$$



Figure 1: Mucho codigo ahhhhh