

Notas y problemas de Algebra.

Jeicor Florez

April 2023

Matemática y complejos

1 Proposición 2

Si z , z_1 , z_2 pertenecen al conjunto de los números complejos y n es un número natural, entonces:

1. El módulo del producto de dos números complejos, $|z_1 z_2|$, es igual al producto de sus módulos individuales, $|z_1| |z_2|$, y el argumento del producto es igual a la suma de los argumentos de los dos números complejos: $Arg(z_1 z_2) = Arg(z_1) + Arg(z_2)$.
2. El módulo del cociente de dos números complejos, $|z_1 / z_2|$, es igual al cociente de sus módulos individuales, $|z_1| / |z_2|$, y el argumento del cociente es igual a la diferencia de los argumentos de los dos números complejos: $Arg(z_1 / z_2) = Arg(z_1) - Arg(z_2)$, siempre que $z_2 \neq 0$.
3. El módulo de un número complejo elevado a la n -ésima potencia, $|z^n|$, es igual al módulo del número complejo elevado a la n -ésima potencia individual, $|z|^n$, y el argumento del número complejo elevado a la n -ésima potencia es igual a n veces el argumento del número complejo original: $Arg(z^n) = n \cdot Arg(z)$.

Demostración: Se deja como ejercicio (Ejercicio 4).

Ejemplo

Sean $z_1 = 3e^{i \cdot 45^\circ}$ y $z_2 = \frac{1}{2}e^{i \cdot 38^\circ}$. Entonces:

$$z_1 z_2 = \frac{3}{2}e^{i \cdot 83^\circ}, \quad z_1 / z_2 = 6e^{i \cdot 7^\circ}, \quad z_1^4 = 81e^{i \cdot 180^\circ}.$$