

# Estimación de la aceleración de gravedad mediante un péndulo

**Miguel Stiven Ascanio Quinchia**

*Escuela de Física*

*Universidad Industrial de Santander*

*Bucaramanga, Colombia*

21 de julio de 2023

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Marco teórico</b>	<b>2</b>
2.0.1. Oscilaciones pequeñas . . . . .	3
2.0.2. Oscilaciones Grandes . . . . .	3
<b>3. Metodología</b>	<b>4</b>
3.1. De que depende el periodo . . . . .	4
3.1.1. Variando la longitud . . . . .	4
3.1.2. Variando la masa . . . . .	4
3.1.3. Variando el ángulo oscilación del péndulo . . . . .	4
3.2. Calculando la gravedad . . . . .	5
<b>4. Resultados</b>	<b>5</b>
4.1. De que depende el periodo . . . . .	5
4.1.1. Periodo de oscilación variando la longitud . . . . .	6
4.1.2. Periodo de oscilación variando la masa . . . . .	6
4.1.3. Periodo de oscilación variando el angulo . . . . .	6
4.2. El valor de la gravedad . . . . .	7
<b>5. Conclusiones</b>	<b>7</b>
<b>6. Bibliografia</b>	<b>8</b>

### Resumen

El objetivo de este proyecto consiste en determinar la aceleración de la gravedad haciendo uso de un péndulo y al mismo tiempo identificar los factores que influyen en el periodo de este. Para lograrlo, se empleará un péndulo casero, al cual le vamos a variar factores como la longitud y la masa. Para recopilar los datos necesarios, se registrarán los tiempos de cuatro oscilaciones del péndulo y estos datos serán procesados en "Python", donde se hará los cálculos y comparaciones pertinentes. Este experimento tiene como propósito comprender cómo los factores mencionados afectan el periodo del péndulo. Asimismo, se busca calcular la aceleración de la gravedad aprovechando la relación existente entre el periodo de un péndulo y la gravedad.

## 1. Introducción

La gravedad es un fenómeno natural en el cual un cuerpo es atraído hacia otro. En este proyecto, nos centraremos en determinar el valor aproximado de la aceleración de la gravedad en Bucaramanga. Además, exploraremos cómo distintos factores, como la masa y la longitud del péndulo, afectan su periodo. Para llevar a cabo este experimento, construiremos un péndulo casero que nos permitirá variar tanto la masa como la longitud del péndulo. Registraremos el tiempo de oscilación del péndulo durante cuatro ciclos y utilizaremos Python para realizar los cálculos necesarios y obtener el periodo del péndulo. Posteriormente, emplearemos la fórmula del periodo de un péndulo simple con la gravedad despejada para determinar su valor. Finalmente, compararemos los resultados obtenidos para cada configuración del péndulo y sus respectivos periodos.

Lo que se espera con este proyecto es determinar el valor de la aceleración de la gravedad en Bucaramanga, aproximadamente  $9.77 \text{ m/s}^2$ , y, en segundo lugar, nos interesa comprender qué factores afectan el periodo del péndulo, que, en este caso, planteémonos que la masa no influye en el periodo, mientras que la longitud si lo hace. A través de este enfoque experimental, esperamos obtener datos que nos permitan analizar y comprender mejor los efectos de la gravedad y los diferentes factores en el comportamiento de un péndulo.

## 2. Marco teórico

Para abordar el problema planteado en este proyecto de investigación, se explorarán tres casos diferentes utilizando péndulos. En cada caso, se variará un factor específico para determinar su efecto en el periodo del péndulo. Los factores que se considerarán son la longitud del péndulo, la masa y el ángulo de inclinación. La fórmula utilizada para calcular el periodo de un péndulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

Donde  $T$  representa el periodo,  $L$  es la longitud de la cuerda que sostiene la masa y  $g$  es la gravedad. Esta fórmula es una aproximación para un péndulo simple idealizado, en el cual se supone

que el ángulo de oscilación es pequeño y no afecta el periodo de manera significativa. Sin embargo, es importante destacar que el ángulo sí influye en la oscilación del péndulo y existen fórmulas más complejas, como la "fórmula del periodo de un péndulo físico", que tienen en cuenta dicha influencia. En este estudio nos vamos a enfocar en casos donde el ángulo de oscilación es pequeño y se desea analizar la variación del periodo en función de los otros factores. pero antes de proceder con el análisis de los datos recopilados, es necesario despejar la gravedad en la fórmula del periodo, lo cual resulta en la expresión:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (2)$$

### 2.0.1. Oscilaciones pequeñas

Por otro lado, las oscilaciones pequeñas son aproximaciones lineales del movimiento armónico simple (MAS) para ángulos pequeños. En este caso, se asume que el ángulo del péndulo es pequeño, lo que nos permite linealizar la ecuación de movimiento.

La ecuación del movimiento para oscilaciones pequeñas es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \quad (3)$$

Donde:  $\theta$  es el ángulo del péndulo en radianes,  $\frac{d^2\theta}{dt^2}$  es la aceleración angular,  $g$  es la aceleración debido a la gravedad, y  $L$  es la longitud del péndulo.

### 2.0.2. Oscilaciones Grandes

Las oscilaciones grandes son una generalización no lineal del movimiento del péndulo. Cuando el ángulo del péndulo es grande, no podemos usar la aproximación lineal y debemos utilizar la ecuación no lineal completa para el movimiento.

La ecuación del movimiento para oscilaciones grandes es:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin(\theta)$$

Donde:  $\theta$  es el ángulo del péndulo en radianes,  $\frac{d^2\theta}{dt^2}$  es la aceleración angular,  $g$  es la aceleración debido a la gravedad, y  $L$  es la longitud del péndulo.

En resumen, para las oscilaciones pequeñas, la aceleración angular es proporcional al ángulo  $\theta$  mismo, mientras que, para las oscilaciones grandes, la aceleración angular depende del seno del ángulo  $\theta$ . Estas diferencias en las ecuaciones del movimiento conducen a comportamientos diferentes para las oscilaciones pequeñas y grandes.

### 3. Metodología

Para realizar nuestros experimentos, en primer lugar, vamos a construir un péndulo casero utilizando una botella de agua de 1 litro, la cual vamos a asegurar a un soporte mediante un hilo de nailon. Esto en un futuro nos va a ayudar a cambiar de manera más sencilla algunos factores del péndulo, como su longitud y su masa, para luego poder analizar estos datos y compararlos.

#### 3.1. De que depende el periodo

Vamos a realizar varios experimentos variando ciertos factores de nuestro péndulo como ya dijimos, esto lo vamos a hacer para así poder ver cómo afectan estas variaciones al periodo de nuestro péndulo, así que lo haremos de la siguiente manera:

##### 3.1.1. Variando la longitud

Para realizar este primer experimento, lo primero que vamos a hacer es llegar la botella con 1 litro de agua, por lo que tendríamos una masa de 1 kg, y vamos a dejar oscilar el péndulo siempre a 15 grados de inclinación. Una vez con nuestro péndulo preparado lo primero que vamos a hacer es dejarlo oscilar con una longitud de la cuerda que sostiene a la masa de 10 cm, luego de 12 cm y así sucesivamente hasta 24 cm.

##### 3.1.2. Variando la masa

Con este péndulo, va a ser bastante parecido al anterior, solo que en este caso lo que varía es la masa, por lo que vamos a usar una longitud fija de 25 cm y un ángulo fijo de 15 grados. Vamos a empezar llenando la botella apenas 100 ml que equivale a 0.1 kg, y vamos a ir añadiendo cada vez 100 mililitros, así hasta llegar 800 ml o 0.8 kg.

##### 3.1.3. Variando el ángulo oscilación del péndulo

Por último, este péndulo va a tener una masa fija de 1 kg y una longitud fija de 25 cm, por lo que vamos a variar el ángulo desde donde se deja oscilar el péndulo, empezando en 10 grados, y vamos subiendo de 10 en 10 hasta llegar a 80 grados. Por otro lado, mediante el uso de la integración numérica y las ecuaciones del movimiento (3), vamos a simular el comportamiento de un péndulo para oscilaciones pequeñas y grandes. Esto nos va a permitir obtener el comportamiento del péndulo bajo diferentes condiciones, lo que contribuye a una comprensión más profunda de este sistema mecánico.

Luego, a cada uno de estos péndulos les vamos a registrar cuatro oscilaciones y vamos a repetir esto en 4 ocasiones para cada una de las variaciones del experimento. Una vez con estos datos,

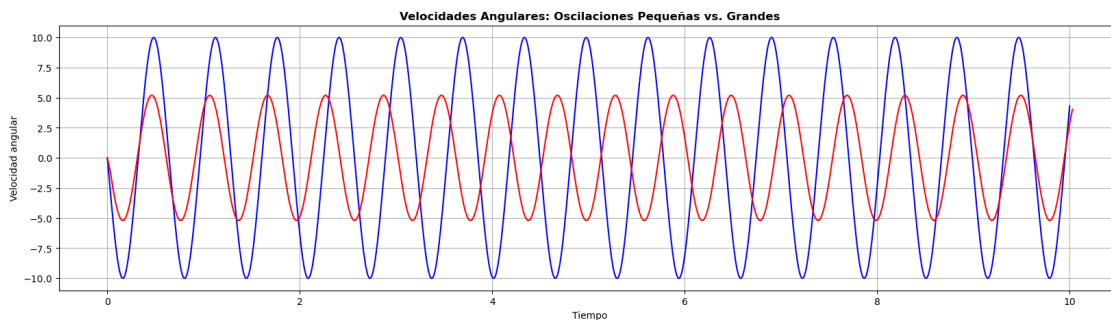
vamos a importarlos en unas listas a Python, vamos a dividir cada lista entre 4 y sacar el promedio, para así obtener el periodo de cada péndulo. Posteriormente, vamos a calcular el margen de error y vamos a graficar estos datos donde vamos a poder ver cómo afecta al periodo cada desviación y nuestro margen de error en la toma de datos.

### 3.2. Calculando la gravedad

Vamos a calcular la gravedad para cada uno de nuestros péndulos utilizando la formula (2). El proceso es el siguiente:

- Creamos una lista vacía para almacenar las gravedades calculadas.
- Utilizamos un bucle "for" para recorrer cada índice  $i$ .<sup>en</sup> las listas de datos correspondientes.
- Definimos los valores que vamos a necesitar para aplicar la formula, que son: la longitud de la cuerda y el periodo del péndulo.
- Una vez con los datos. la función se encargara automáticamente de aplicar la formula con cada uno de los datos y meterlos en la lista, la cual nos va a proporcionar cada una de las gravedad.

## 4. Resultados

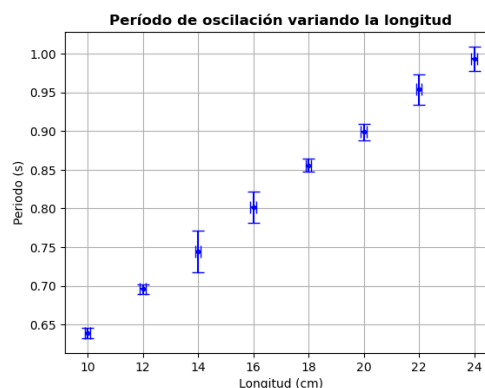


En la imagen anterior, se puede apreciar claramente cómo el ángulo de oscilación influye significativamente en el periodo del péndulo. Cuando el ángulo es menor, como se muestra en la gráfica roja, el periodo también es más corto. Existe una relación directa entre el ángulo de oscilación y el tiempo necesario para completar una oscilación completa, esto lo vamos a analizar más a detalle a continuación:

### 4.1. De que depende el periodo

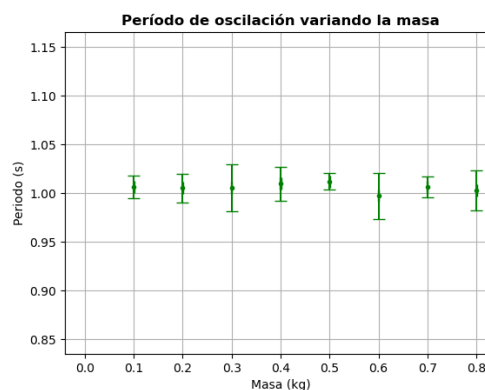
#### 4.1.1. Periodo de oscilación variando la longitud

Observando la gráfica, podemos ver una relación entre el periodo de oscilación del péndulo y la longitud de la cuerda que sostiene la masa, además, es una relación proporcional, ya que, mientras la longitud de la cuerda aumenta el periodo también lo hace. Esta relación es lineal cuando el ángulo de oscilación es pequeño, y se conoce como "la ley de los péndulos" y está dada por la formula (1), donde  $T$  es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda, por lo que, si la longitud crece  $n$  el periodo aumentara en factor de  $\sqrt{n}$ .



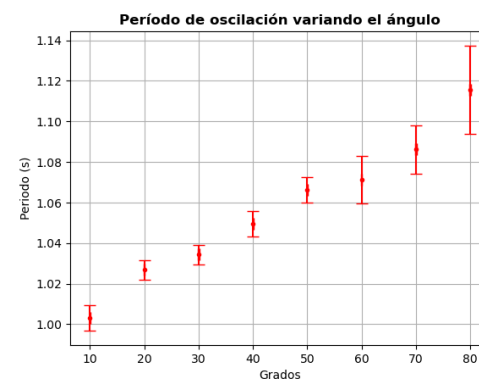
#### 4.1.2. Periodo de oscilación variando la masa

Observando la gráfica, podemos ver que no hay ninguna relación entre el periodo de oscilación del péndulo y la masa, y esto confirma nuestra teoría inicial de que el periodo de un péndulo no va a depender de su masa si no de su longitud, ya que como dije anteriormente, el periodo de un péndulo esta dado por la fórmula formula (1), donde la masa no aparece. Esto es así en grandes rasgos, ya que, un objeto en caída no va a depender de su masa, si no la de la que lo atrae, en este caso, la tierra.



#### 4.1.3. Periodo de oscilación variando el ángulo

Observando la gráfica, podemos ver que hay una relación significativa entre la oscilación del péndulo y la inclinación desde donde se deja oscilar el péndulo, pero esto es raro, ya que en la fórmula que hemos venido usando (1), el ángulo no aparece por ningún lado, entonces, ¿Por qué esto es así?. Pues es sencillo en realidad, es porque la fórmula que hemos usado solo sirve cuando el ángulo al que se deja oscilar el péndulo es mínimo (aproximadamente menos de 15 grados) por lo que podemos despreciarlo.



Basándonos en los resultados y gráficos obtenidos, podemos concluir lo siguiente: el periodo del péndulo depende únicamente de la longitud de la cuerda, mientras que la masa del objeto en el péndulo no tiene un efecto significativo en el periodo. Sin embargo, es importante destacar que cuando el ángulo de oscilación supera los 15 grados, este factor también influye en el periodo del péndulo.

## 4.2. El valor de la gravedad

Después de realizar numerosos experimentos y analizar una gran cantidad de datos, hemos obtenido una lista de valores de la gravedad en Bucaramanga. Al promediar estos valores, hemos determinado que la gravedad en esa localidad es aproximadamente de  $9.76 \text{ m/s}^2$ . Además, hemos calculado una desviación estándar o margen de error de 0.08, lo que nos brinda una medida de la variabilidad de los datos y la precisión de nuestras estimaciones.

## 5. Conclusiones

Luego de un arduo proyecto de investigación, podemos concluir lo siguiente:

1. El periodo de oscilación de un péndulo está determinado principalmente por la longitud de la cuerda que sostiene la masa y existe una relación proporcional entre el periodo y la longitud de la cuerda, lo que se conoce como la ley de los péndulos. Esta relación es lineal cuando el ángulo de oscilación es pequeño.
2. La masa del objeto en el péndulo no afecta significativamente el periodo de oscilación. Nuestros experimentos respaldan la idea de que la masa no juega un papel importante en el periodo de un péndulo simple.
3. El ángulo de oscilación del péndulo puede tener un efecto en el periodo, pero nuestra investigación se centró en casos donde el ángulo era pequeño y despreciable. Para ángulos más grandes, se requieren fórmulas más complejas para describir la relación entre el periodo y el ángulo.
4. Hemos calculado la aceleración de la gravedad en Bucaramanga, obteniendo un valor aproximado de  $9.76 \text{ m/s}^2$ , con un margen de error de 0.08. Estos resultados respaldan investigaciones anteriores y nos brindan una estimación confiable de la gravedad local.

En conclusión, nuestro proyecto nos ayudó a comprender de mejor manera que factores afectan el periodo de un péndulo. Hemos confirmado como el principal encargado de hacer que el periodo cambie, es la longitud de la cuerda, siempre y cuando se haga en pequeños ángulos de oscilación. Por otro lado, hemos calculado la gravedad local de manera bastante precisa, con un margen de error mínimo.

## 6. Bibliografía

### Referencias

- [1] ¿Qué es la gravedad? [En línea]. Disponible en: <https://www.ingenierizando.com/dinamica/gravedad/> [Consultado el 8 de julio de 2023].
- [2] Gravedad en Bucaramanga. [En línea]. Disponible en: [http://www.mavincolombia.com/uploads/1/7/4/0/1740594/listado\\_de\\_ciudades\\_y\\_valor\\_de\\_gravedad\\_.pdf](http://www.mavincolombia.com/uploads/1/7/4/0/1740594/listado_de_ciudades_y_valor_de_gravedad_.pdf) [Consultado el 8 de julio de 2023].
- [3] Bartlett, D. F., & Smith, P. L. (2002). Measurement of  $g$  using a simple pendulum. *European Journal of Physics*, 23(3), 306. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/23/3/306>
- [4] Leyes de los péndulos. [En línea]. Disponible en: <https://www.ingenierizando.com/cinematica/leyes-del-pendulo/#Ley-de-las-longitudes> [Consultado el 8 de julio de 2023].