

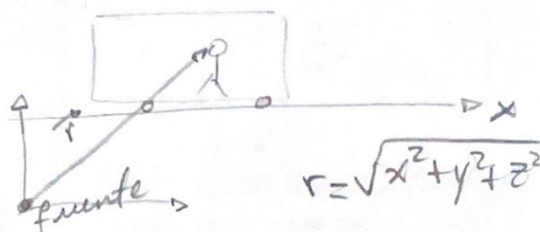
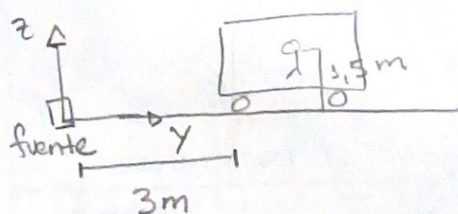
Mildred Arras

mildarias181@gmail.com

Tarea de Física Médica

①

1) fuente que emite 10^8 neutrones rápidos por segundo



La fluencia viene dada por:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Phi}{dt} dt$$

La tasa de fluencia es el número de partículas por unidad de área por unidad de tiempo

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dN}{dt}$$

Podemos escribir

$$dt = \frac{dx}{v}$$

Donde v es la velocidad del tren y r la distancia desde la fuente hasta un punto del tren, viene dada por:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Entonces;

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4\pi(x^2 + y^2 + z^2)} \frac{dN}{dt} \frac{dx}{v}$$

Haciendo uso de:

$$\int \frac{dx}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{1}{\sqrt{y^2 + z^2}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right)$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi v \sqrt{y^2 + z^2}} \frac{dN}{dt} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right)$$

Evaluando arctan en los extremos da un factor de π , entonces:

Donde $\frac{dN}{dt} = 10^8 \text{ s}^{-1}$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dN}{dt}$$

$$V = 100 \text{ km/h}$$

$$\sqrt{y^2 + z^2} = 3,3541 \text{ m}$$

$$V = 100000 \text{ m/h}$$

$$V = 27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Phi = \frac{1}{4 (27,77 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \cdot 3,3541 \text{ m}} 10^8 \frac{1}{\text{s}}$$

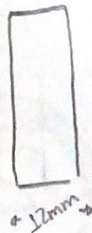
$$\Phi = 2,7 \times 10^5 \frac{1}{\text{m}^2 \text{ s}}$$

2) Un haz estrecho de 10^{20} fotones de 2 MeV, incide perpendicularmente en una capa de agua de 12 mm de espesor. El agua tiene una densidad de 1 g/cm^3 . Entonces,

a) ¿cuántas interacciones asociadas a la dispersión de Rayleigh, la de Compton, el efecto fotoeléctrico y formación de pares electrón-positrón, ocurre en esa capa de agua?

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3$$

10^{20} fotones de 2 MeV



$$12 \text{ mm} = 1,2 \text{ cm}$$

Coefficientes de Atenuación del agua para 2 MeV:

$$\text{Dispersión de Rayleigh} = 1,407 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Dispersión de Compton} = 4,901 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Efecto Fotoeléctrico} = 1,063 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Nuclear Pr. Pares} = 3,908 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Electron Pr. Pares} = 0 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Sumando todos los coeficientes:

$$\mu_T = (1,407 \times 10^{-5} + 4,901 \times 10^{-2} + 1,063 \times 10^{-6} + 3,908 \times 10^{-4}) \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\mu_T = 4,942 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g} \downarrow$$

El número total de Interacciones:

$$\Delta N_{(x)} = N_0(1 - e^{-\sum \mu_i x}) = N_0(1 - e^{-\mu_T x})$$

$$\rho = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$X = \rho \times 1,2 \text{ cm} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 1,2 \text{ cm}$$

$$X = 1,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \downarrow$$

$$\Delta N_{(1,2)} = 1 \times 10^{20} (1 - e^{-\mu_T x}) = 5,75752 \times 10^{18} \downarrow$$

Número de Interacciones que hay para Cada Proceso:

Dispersión de Rayleigh:

$$\Delta N_{\text{RAY}} = (\Delta N \times 1,407 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 1,64 \times 10^{15} \downarrow$$

Dispersión de Compton:

$$\Delta N_{\text{com}} = (\Delta N \times 4,901 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 5,71 \times 10^{18} \downarrow$$

Efecto fotoeléctrico:

$$\Delta N_{\text{efecto foto}} = (\Delta N \times 1,063 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 1,239 \times 10^{14} \downarrow$$

Formación de Pares:

$$\Delta N_{\text{fp}} = (\Delta N \times (3,908 \times 10^{-4} + 0) \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 4,55 \times 10^{16} \downarrow$$

b) ¿Cuál es el peso relativo en número de cada mecanismo de interacción?

Para Rayleigh:

$$\frac{\Delta N_{\text{RAY}}}{\Delta N} = 2,847 \times 10^{-4} \downarrow$$

Para Compton:

$$\frac{\Delta N_{\text{com}}}{\Delta N} = 9,9178 \times 10^{-1} \downarrow$$

Para el Efecto fotoeléctrico:

$$\frac{\Delta N_{\text{efecto foto}}}{\Delta N} = 2,153 \times 10^{-5} \downarrow$$

Para la formación de Pares:

$$\frac{\Delta N_{\text{fp}}}{\Delta N} = 7,908 \times 10^{-3} \downarrow$$

c) El agua es reemplazada por plomo:

$$\rho = 11,3 \text{ g/cm}^3$$

Coefficiente de Atenuación del plomo para 2 MeV

$$\text{Dispersión de Rayleigh} = 7,626 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Dispersión de Compton} = 3,482 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Efecto fotoeléctrico} = 5,034 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Nuclear Pr. Pares} = 5,45 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\text{Electron Pr. Pares} = 0 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Sumando todos los coeficientes:

$$\mu_T = 4,607 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$$

El número total de Interacciones:

$$\Delta N(x) = N_0(1 - e^{-\mu_T x})$$

$$\Delta N = 4,6456 \times 10^{19}$$

$$x = \rho \cdot 1,2 \text{ cm} =$$

$$x = 11,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1,2 \text{ cm} =$$

$$x = 13,56 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

Número de Interacciones que hay para cada proceso:

$$\Delta N_{\text{Ray plomo}} = (\Delta N \cdot 7,626 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T =$$

$$\Delta N_{\text{Ray plomo}} = 7,69 \times 10^{17}$$

$$\Delta N_{\text{comp}} = (\Delta N \cdot 3,482 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 3,511 \times 10^{19}$$

$$\Delta N_{\text{efecto foto}} = (\Delta N \cdot 5,034 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 5,076 \times 10^{18}$$

$$\Delta N_{\text{formación de Pares}} = (\Delta N \cdot 5,45 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{g}) / \mu_T = 5,496 \times 10^{18}$$

¿En qué factor varía el número de Interacciones de cada tipo cuando se le compara con el agua?

$$1) \frac{\Delta N_{\text{Rayplomo}}}{\Delta N_{\text{RayAgua}}} = \frac{7,69 \times 10^{17}}{1,64 \times 10^{15}} = 469,12 \downarrow$$

$$2) \frac{\Delta N_{\text{Complomo}}}{\Delta N_{\text{ComAgua}}} = \frac{3,511 \times 10^{19}}{5,71 \times 10^{18}} = 6,14935 \downarrow$$

$$3) \frac{\Delta N_{\text{Ejectoplomo}}}{\Delta N_{\text{EjectoAgua}}} = \frac{5,076 \times 10^{18}}{1,239 \times 10^{14}} = 40988,85 \downarrow$$

$$4) \frac{\Delta N_{\text{formación de Pares plomo}}}{\Delta N_{\text{formación de Pares Agua}}} = \frac{5,496 \times 10^{18}}{4,55 \times 10^{16}} = 120,72 \downarrow$$

En 3) se puede ver que $\Delta N_{\text{Ejectoplomo}}$ es 40988 veces más grande que $\Delta N_{\text{EjectoAgua}}$, salvo el resultado obtenido en 2) donde se puede ver que son comparables y en los otros casos la contribución del plomo aporta más en estos casos que el Agua, ya que el número de interacciones totales del plomo es mayor que la del Agua, entonces ΔN_{plomo} son más grandes que los valores ΔN_{Agua} , además que los coeficientes de atenuación del plomo son mayores que los del Agua.

3) Encontrar la energía Transferida, energía transferida neta y energía impartida en los siguientes casos:

a) Un electrón entra un volumen V con una energía cinética de 4 MeV y sale con una energía cinética de $0,5\text{ MeV}$. Dentro del volumen V produce un fotón de Rayos- X de $1,5\text{ MeV}$ por bremsstrahlung que también sale de V .

- La Energía Transferida:

La Energía transferida es la energía transferida de un fotón incidente a la energía cinética de los electrones. Debido a que la energía que ingresa al volumen V proviene de una partícula cargada, en lugar de un fotón, la energía transferida es cero.

- La Energía Transferida neta:

La Energía transferida neta es la energía transferida de un fotón incidente a la energía cinética de los electrones menos la energía perdida por los procesos radiativos. Debido a que la energía que ingresa al volumen V proviene de una partícula cargada, en lugar de un fotón, la energía transferida es Cero.

- La Energía Impartida:

Esta dada por:

$$E = (R_{in})_u - (R_{out})_u + (R_{in})_c - (R_{out})_c + \Sigma Q$$

↓
Energía Radiante
de las partículas
sin carga que entran
en el volumen

↓
Energía Radiante
de las partículas
cargadas que entran
en el volumen

Solo tenemos una partícula cargada de energía de 4 MeV que ingresa al volumen por lo que $(R_{in})_u = 0$ y $(R_{in})_c = 4\text{ MeV}$

$(R_{out})_u$ = Es la Energía radiante de las partículas sin carga que salen del volumen V

$(R_{out})_c$ = Es la Energía radiante de las partículas cargadas que salen del volumen V .

Tenemos un fotón de energía $1,5 \text{ MeV}$ que sale del volumen y una partícula cargada de energía de $0,5 \text{ MeV}$ que sale del volumen, por lo que la energía total que sale del volumen es de 2 MeV . No hay Energía neta derivada de la masa en reposo. En consecuencia, la E es:

$$E = 4 \text{ MeV} - 1,5 \text{ MeV} - 0,5 \text{ MeV} = 2 \text{ MeV}$$

b) Un rayo gamma de 10 MeV entra en un Volumen V y da lugar a la formación de un par electrón-positrón donde cada partícula tiene la misma energía. El electrón pierde la mitad de su energía cinética en interacciones de colisión antes de salir de V . El positrón también pierde la mitad de su energía cinética en colisiones dentro de V antes de ser ~~aniquilado~~ aniquilado en vuelo. Todos los fotones que se generan, salen de V .

- La Energía transferida:

Esta dada por:

$$E_{tr} = (R_{in})_u - (R_{out})_u^{nonr} + \Sigma Q$$

Es la Energía Radiante de las partículas no cargadas que entran en el V

Es la Energía Radiante de las partículas no cargadas que salen del volumen, no resultante de pérdida Radiativa es de $1,02 \text{ MeV}$

$$(R_{in})_u = 10 \text{ MeV} ; (R_{out})_u^{nonr} = 1,02 \text{ MeV} ; \Sigma Q = 0$$

ya que se crea el par y se aniquila un positrón

$$E_{tr} = 10 \text{ MeV} - 1,02 \text{ MeV} = 8,98 \text{ MeV} \downarrow$$

- La Energía transferida Neta:

Esta dada por:

$$E_{tr}^n = (R_{in})_u - (R_{out})_u^{nonr} - R_u^r + \Sigma Q$$

\downarrow Energía Radiante de las partículas no cargadas que entran en el volumen
 \downarrow Energía Radiante de las partículas no cargadas que salen del volumen.
 \rightarrow Energía Radiante de las partículas no cargadas que salen del volumen debido a las pérdidas por radiación

ΣQ = Esta Energía neta derivada de la masa en reposo en V.

$$(R_{in})_u = 10 \text{ MeV}$$

$$(R_{out})_u^{nonr} = 1,02 \text{ MeV}$$

Dado que el positrón fue aniquilado en vuelo con la mitad de su energía cinética inicial, la energía radiante de las partículas no cargadas que abandonan el volumen y que resultan de las pérdidas radiativas es igual a la mitad restante de la energía cinética inicial del positrón. Este valor es $1/4$ de la energía total dada al par electrón-positrón, $2,25 \text{ MeV}$

$$\downarrow 0,25 \times 8,98 \text{ MeV} = 2,25 \text{ MeV}$$

$$E_{tr}^n = 10 \text{ MeV} - 1,02 \text{ MeV} - 2,25 \text{ MeV} = 6,73 \text{ MeV} \downarrow$$

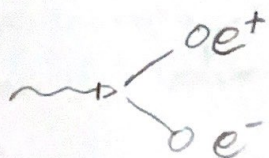
- La Energía Impartida

Esta dada por:

$$E = (R_{in})_u - (R_{out})_u + (R_{in})_c - (R_{out})_c + \Sigma Q$$

\downarrow Energía Radiante de las partículas sin carga que entran en el volumen

Nota: El efecto de Creación de Pares tiene lugar con fotones de alta energía. El fenómeno que tiene lugar es que el fotón, en el campo del núcleo desaparece y en su lugar se crea una pareja positrón-electrón:



El principio de Conservación de la energía se expresa de la siguiente forma:

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_-$$

Representan las Energías Cinéticas del electrón y el positrón respectivamente.

Para que pueda darse este proceso de creación de pares (e^- , e^+), la energía de los fotones debe ser igual al menos a la masa en reposo de un electrón y un positrón (1022 MeV) para que la interacción sea posible.

$(R_{in})_c$ = Energía Radiante de las partículas cargadas que entran en el volumen V

$$(R_{in})_c = 0$$

$(R_{out})_u$ = Es la energía radiante de las partículas sin carga que salen del volumen

$(R_{out})_c$ = Es la energía radiante de las partículas cargadas que salen del volumen.

Tenemos dos fotones de aniquilación con energía total $1,022 \text{ MeV} + 2,25 \text{ MeV}$ que salen del volumen y una partícula cargada de energía $2,25 \text{ MeV}$ que sale del volumen.

$$\Sigma Q = 0$$

$$E = 10 \text{ MeV} - 1,02 \text{ MeV} - 2,25 \text{ MeV} - 2,25 \text{ MeV} = 4,48 \text{ MeV}$$