

TAREA 5:

1. Usando la ley de Wien:

$$\lambda_{pico} T = 2.898 \times 10^{-3} mK \quad (1)$$

si la temperatura es 77K , entonces la longitud de onda a la que tiene lugar el pico de la curva de radiación es:

$$\lambda_{pico} = 3.763 \times 10^{-5} m \quad (2)$$

Región del espectro	Longitud de onda λ	Energía del Fotón
RF	>1m	<10 ⁻⁵ eV
microonda, mm	1-0,0003m	10 ⁻⁵ -10 ⁻² eV
IR	0,0003m-700nm	10 ⁻² -1,7eV
visible	700-400nm	1,77-3,1eV
UV	400-10nm	3,1-120 eV
Rayos x	<10nm	>120 eV

Esta longitud de onda corresponde a una energía cuántica:

$$h\nu = 0.3296 \times 10^{-1} eV \quad (3)$$

El tipo de radiación es infrarroja.

2. Se tiene que:

$$I * \pi r_s^2 = \sigma T^4 \frac{R^2}{r^2} \pi r_s^2 \quad (4)$$

Supondremos que el objeto emite energía por unidad de tiempo al espacio en todas las frecuencias

$$4\pi r_s^2 \sigma T_s^4 \quad (5)$$

igualando las ecuaciones (4) y (5), se tiene que:

$$T^4 \frac{R^2}{r^2} = 4T_s^4 \quad (6)$$

se tiene que la temperatura del sol a $1400 \frac{W}{m^2}$ es $T \sim 5799K$, y $R = 6,96 \times 10^8 m$ y $r = 1,49 \times 10^{11} m$ entonces la temperatura del objeto es:

$$T_s = 280.25 K \text{ ó } 7.1^\circ C \quad (7)$$

3. Usando la ley de Wien y la ley de Stefan-Boltzmann, y suponiendo que las dos estrellas (Antigua y Barbados), tienen la misma temperatura, se tiene que:

$$L_b = \text{luminosidad de barbados} = 4\pi R_b^2 \sigma T^4$$

$$L_a = \text{luminosidad de antigua} = 4\pi R_a^2 \sigma T^4$$

$$\frac{L_b}{4\pi R_b^2 \sigma} = \frac{L_a}{4\pi R_a^2 \sigma} \quad (8)$$

además se tiene en cuenta que:

$$L_b = 400 L_a$$

$$\frac{400L_a}{4\pi R_b^2 \sigma} = \frac{L_a}{4\pi R_a^2 \sigma}$$

(9)

$$400R_a^2 = R_b^2$$

$$20R_a = R_b$$

(10)

se puede observar que barbados tiene mayor área superficial.

4. Una galaxia desconocida es observada en el visible obteniendo un espectro en alta resolución

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{v}{c}$$

(11)

$$\frac{(1,1\lambda_o - \lambda_o)}{\lambda_o} = \frac{v}{c}$$

(12)

donde, $v = 0,1c$

Entonces, puede interpretarse que la galaxia se está alejando de nosotros a $v = 0,1c$

5. La primera ley de Kepler: No hay cambios en esta primera ley ya que la tierra se mantiene en la misma órbita

La segunda ley de Kepler: “El radio vector que une un planeta y el Sol recorre áreas iguales en tiempos iguales”. Entonces esto quiere decir que al mantener la misma órbita, la tierra recorrería iguales áreas con el agujero negro que con el sol.

La tercera ley de Kepler: “Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica”

$$\frac{T^2}{a^3} = c$$

(13)

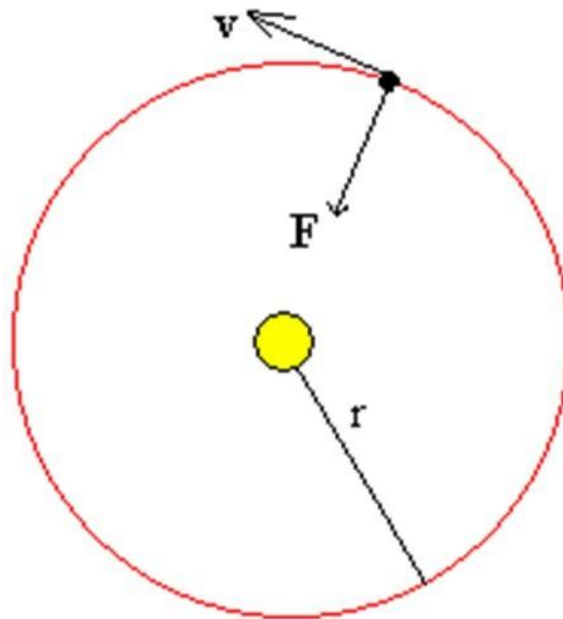
esta tercera ley no se viola ya que se tiene $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$

En conclusion, si reemplazamos el sol por un agujero negro obtenemos el mismo resultado de velocidad orbital, debido a que se tiene la misma masa solar.

6. Si ahora el Sol es reemplazado por una estrella de 9 masas solares y la Tierra sigue en su misma órbita.....

$$a = 1.5 \times 10^{11} m, G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$$

$$\text{Ahora la masa solar es: } M = 1.79 \times 10^{31} kg$$



$$F = \frac{GMm}{a^2}$$

(14)

$$F_c = \frac{mv^2}{a}$$

(15)

igualando (14) y (15), se tiene que:

$$\frac{GMm}{a^2} = \frac{mv^2}{a}$$

(16)

Entonces, se tiene que la velocidad es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

(17)

$$v = 89.241 \text{ km/s}$$

(18)

La velocidad orbital aumenta 3 veces en comparación con 1 masa solar.

El periodo orbital es:

$$T = \frac{2\pi}{v}a = 122.23 \text{ dias}$$

(19)

1 Año terrestre duraría 122.23 días.

7. Si la Tierra se convirtiera en un agujero negro, cual seria su radio de Schwarzschild? ¿Cuál es el del Sol?

El radio de Schwarzschild si la Tierra se convirtiera en un agujero negro es:

$$R = \frac{2GM_T}{c^2}$$

(20)

$$R = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \times 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 0.00885 \text{ m}$$

(21)

Y finalmente el radio de Schwarzschild si el sol se convirtiera en un agujero negro es:

$$R = \frac{2GM_s}{c^2}$$

$$R = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \times 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 2948.14 \text{ m}$$

(22)